

STUDI SASSARESI

Sezione III

1977

Volume XXV

ANNALI DELLA FACOLTÀ DI AGRARIA DELL'UNIVERSITÀ
DI SASSARI

DIRETTORE: O. SERVAZZI

COMITATO DI REDAZIONE: M. DATTILO - F. FATICHENTI - L. IDDA - F. MARRAS
A. MILELLA - P. PICCAROLO - A. PIETRACAPRINA - R. PROTA - G. RIVOIRA
R. SATTA - C. TESTINI - G. TORRE - A. VODRET



ORGANO UFFICIALE
DELLA SOCIETÀ SASSARESE DI SCIENZE MEDICHE E NATURALI

GALLIZZI - SASSARI - 1978

St. Sass. III Agr.

Istituto di Idraulica Agraria dell'Università di Sassari
(Direttore: Prof. Ing. GUGLIELMO TORRE)

**Utilizzazione della funzione gamma a due parametri per la
determinazione probabilistica delle portate di piena dei corsi
d'acqua della Sardegna**

GIOVANNI ROSA

Premessa

Numerose sono le leggi probabilistiche applicate in idrologia per determinare, utilizzando le serie di osservazioni, i valori di massima precipitazione o di massima piena prevedibili, nei rispettivi bacini, con prefissati tempi di ritorno.

Per quanto concerne la Sardegna la regolarizzazione delle portate dei principali corsi d'acqua è già stata fatta da altri studiosi impiegando leggi diverse da quella che in questo lavoro si intende utilizzare per valutarne i limiti di applicabilità. Motivo di questa ricerca è quindi quello di saggiare la possibilità di adattamento della funzione di distribuzione gamma a due parametri alla regolarizzazione dei massimi valori di portata annuali registrati in alcuni bacini imbriferi della Sardegna.

Richiami statistici

L'integrale euleriano di seconda specie

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad (1)$$

per $\alpha > 0$ è detto funzione gamma di α .

Per α intero e positivo si può inoltre porre:

$$\Gamma(1 + \alpha) = \alpha! \quad (2)$$

L'espressione

$$f(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-x} \quad (3)$$

definisce una funzione di distribuzione di frequenza detta funzione di distribuzione gamma ad un solo parametro.

L'integrale della (3) e cioè:

$$F(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_0^{\infty} x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad (4)$$

dà la distribuzione cumulata della frequenza gamma, che generalmente è posta nella forma

$$F(x) = \frac{\Gamma(x, \alpha)}{\Gamma(\alpha)} \quad (5)$$

avendo indicato

$$\Gamma(x, \alpha) = \int_0^x x^{\alpha-1} e^{-x} dx \quad (6)$$

L'integrale (6) è definito funzione gamma incompleta.

Per gli studi idrologici si è visto che l'espressione (3) non si adatta molto bene alla regolarizzazione dei dati pertanto ad essa si sostituiscono altre espressioni del tipo:

$$\varphi(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha) \beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}} \quad (7)$$

con $0 \leq x \leq \infty$

oppure

$$g(x-x_0) = \frac{1}{\Gamma\alpha \beta^\alpha} (x-x_0)^{\alpha-1} e^{-\frac{x-x_0}{\beta}} \quad (8)$$

con $x_0 \leq x \leq \infty$

dette rispettivamente funzioni di distribuzione gamma a due (7) o a tre (8) parametri.

La (7) è identica alla (3) per $\beta = 1$, con la trasformazione $\frac{x}{\beta} = y$ e ponendo $\beta \varphi(x) = G(y)$ l'equazione (7) si riduce all'equazione (3) quando $\beta \neq 1$ perciò:

$$\beta \varphi(x) = G(y) = \frac{1}{\Gamma\alpha} = y^{\alpha-1} e^{-y} \quad (9)$$

α e β sono rispettivamente il parametro di forma ed il parametro di scala che debbono stimarsi attraverso i dati disponibili per poter studiare la distribuzione indicata.

Tali parametri possono ottenersi sia col metodo dei momenti che con quello della massima verosimiglianza.

Indicando con \bar{x} e s^2 rispettivamente la media e la varianza stimate dai dati a disposizione, i parametri cercati si ricavano col metodo dei momenti risolvendo il sistema delle due equazioni

$$\begin{cases} \alpha \beta = \bar{x} \\ \alpha \beta^2 = s^2 \end{cases} \quad (10)$$

da cui:

$$\alpha = \frac{\bar{x}^2}{s^2}; \quad \beta = \frac{s^2}{\bar{x}}$$

Molto più elaborata risulta la determinazione dei parametri col metodo della massima verosimiglianza il quale consiste essenzialmente nel derivare parzialmente, rispetto ai parametri cercati, l'espressione che interessa e nel

risolvere le conseguenti equazioni che si ottengono eguagliando a zero le due derivate parziali. La funzione di verosimiglianza del campione

$$L = f_1 \cdot f_2 \cdot f_3 \dots f_n \quad (11)$$

viene espressa come una quantità proporzionale al prodotto delle densità di probabilità che a loro volta risultano date da:

$$f_i(x_i, a, b, c \dots k) \quad (12)$$

ed in cui x_i indica un valore generico del campione, mentre $a, b, c \dots k$ sono i parametri della legge di probabilità relativa alla distribuzione studiata.

Poiché la (11) può porsi nella forma:

$$l_n L = l_n f_1 + l_n f_2 \dots + l_n f_n \quad (13)$$

e cioè:

$$l_n L = \sum_1^N l_n f_i \quad (14)$$

ne segue che

$$\frac{\delta l_n L}{\delta a} = \frac{\delta \sum_1^N l_n f_i}{\delta a} \quad (15)$$

Eseguendo quindi le derivate parziali della (14) rispetto a ciascun parametro si otterranno le (15) che uguagliate a zero danno il sistema di equazioni da cui si ricavano i parametri cercati.

Applicando pertanto alla (7) quanto detto si ha:

$$l_n \varphi(x) = -l_n \Gamma(\alpha) - \alpha l_n \beta + (\alpha - 1) l_n x - \frac{x}{\beta}$$

da cui

$$\frac{\delta \ln \varphi(x)}{\delta \alpha} = -\Psi(\alpha-1) - \ln \beta + \ln x \quad (16)$$

avendo indicato con $\Psi(\alpha-1)$ la derivata di $\ln \Gamma(\alpha)$, detta anche funzione digamma di α [$F(\alpha)$]

$$\frac{\delta \ln \varphi(x)}{\delta \beta} = -\frac{\alpha}{\beta} + \frac{x}{\beta^2} \quad (17)$$

Dalle equazioni (16) e (17) eguagliate a zero si ricava il sistema:

$$\left\{ \begin{array}{l} \alpha \beta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \\ F(\alpha) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln \frac{x_i}{\beta} \end{array} \right. \quad (18)$$

la cui soluzione fornisce i parametri cercati.

La funzione $F(\alpha)$ è risolta mediante uno sviluppo in serie ed il parametro α risulta dalla:

$$\alpha = \frac{1 + \sqrt{1 + \frac{4}{3} A}}{4 A} - \Delta \alpha \quad (19)$$

in cui $\Delta \alpha$ è un termine correttivo mentre A è dato da:

$$A = \ln \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i - \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln x_i \quad (20)$$

Nell'applicazione pratica il metodo della massima verosimiglianza risulta piuttosto laborioso e ad esso può sostituirsi, in alcuni casi e con le dovute riserve, il metodo dei momenti che consente maggiore speditezza dei calcoli con conseguente maggiore rapidità di determinazione dei parametri.

E quanto è stato fatto in questo lavoro, giacché lo scopo è solo quello di saggiare i limiti di applicabilità della funzione gamma a due parametri per la regolarizzazione dei dati di massima portata di alcuni bacini imbriferi della Sardegna, e quindi ricavare valori statisticamente validi per la risoluzione dei problemi ad essi connessi.

Il test del χ^2 e quello del segno eseguito sui dati regolarizzati indicano, per ogni bacino, i limiti della validità della ricerca fatta.

Metodologia

Si sono analizzati i dati di portata relativi a ventuno corsi d'acqua per i quali si aveva un periodo sufficientemente lungo di osservazione e tale da consentire una valida elaborazione statistica (Tab. I)

Per ogni corso d'acqua sono state considerate le massime portate giornaliere annue medie e quindi il numero dei dati — per ogni stazione di misura — è risultato pari al numero degli anni delle rispettive osservazioni.

Con una prima elaborazione statistica si sono determinate le medie \bar{Q} e le varianze s^2 che sostituite nel sistema (11) hanno portato alla calcolazione dei parametri α e β da introdurre in ogni singola regolarizzazione; le ventuno copie di valori così trovati sono stati raccolti nella Tab. II. In appendice sono

Tab. II - Valori dei parametri α e β .

Corso d'acqua e stazione di misura	α	β
Fluminimannu ad Is Acqvas	1,980	4,416
Fluminimaggiore a Fluminimaggiore	3,657	4,005
Tirso a Rifornitore Tirso	1,559	74,381
Taloro alla passerella di Gavoi	2,261	35,843
Tirso a Santa Chiara d'Ula	3,186	102,653
Araxisi a Orto Sciavico	2,647	9,988
Flumineddu ad Allai	2,228	66,702
Temo a Reinamare	5,313	11,983
Mannu di Ozieri a Ponte della Legna	4,044	21,837
Rio di Buttule a Buttule	1,624	26,555
Mannu di Ozieri a Fraigas	2,645	54,258
Mannu di Berchidda a Berchidda	1,709	72,076
Rio di Oschiri a Concarabella	1,671	40,569
Coghinas a Muzzone	3,236	106,058
Liscia a Liscia	0,806	150,579
Cedrino a Cedrino	1,449	129,597
Foddeddu a Corongiu	0,865	29,457
Flumendosa a Gadoni	1,159	156,254
Flumendosa a Villanovatulo	0,953	205,148
Flumendosa a Monte Scrocca	0,676	411,825
Sa Picocca a Monte Acuto	2,172	19,005

state trascritte, per ogni valore di α , le tavole per il calcolo della funzione gamma incompleta a due parametri. Nella Tab. III sono invece sintetizzate le elaborazioni di calcolo eseguite per « Taloro alla Passerella di Gavoi ».

In questa tabella è riportato, oltre al numero d'ordine, l'anno ed i corrispondenti valori delle rispettive portate che nella successiva colonna vengono disposte in ordine crescente. Con riferimento a detto ordine sono state calcolate poi le frequenze effettive di non superamento F_e attribuibili a ciascuna portata.

Per mezzo delle tavole riportate in appendice, in corrispondenza al calcolato valore di α si è determinato il valore della quantità x corrispondente ad ogni frequenza F_e .

Ricordando che la distribuzione studiata e quella detta « a due parametri » ne segue che i valori x altro non sono che i valori delle portate, divise per il coefficiente β , corrispondenti alle frequenze effettive F_e . Le F_e sono invece le frequenze teoriche che si deducono dalle tavole, per i valori

delle portate $x_i = \frac{Q}{\beta}$. La portata regolarizzata $Q_{reg} = x \beta$ e il valore del segno, conseguente alla differenza $(Q - Q_{reg})$, sono i dati trascritti rispettivamente nelle ultime due colonne della citata tabella.

La fig. 1 rappresenta la curva regolarizzatrice ricavata coi valori osservati nel periodo considerato per « Taloro alla Passerella di Gavoi ».

Per effettuare alcune considerazioni conclusive si sono calcolate le portate massime medie giornaliere centenarie relative ad ogni corso d'acqua con riferimento alla relativa sezione di misura. Tutti i dati così trovati sono riuniti nella Tab. IV.

La validità della regolarizzazione studiata è stata infine verificata col test del χ^2 e con quello del segno.

Nella Tab. V sono precisate le elaborazioni di calcolo per la determinazione del χ^2 , derivante dal confronto tra la frequenza effettiva e quelle teoriche risultanti dalla regolarizzazione effettuata per il fiume Taloro.

Per tutti i corsi d'acqua studiati (Tab. VI) sono infine riportati i rispettivi valori del χ^2 osservato e quello del χ^2_c , a livello di significatività 0,10, per un numero di gradi di libertà conseguenti alle rispettive divisioni in classi. Nella stessa tabella è riportato anche il valore W_e che rappresenta il più piccolo dei numeri dei segni positivi o negativi degli scarti $(Q - Q_{reg})$ nonché

Tab. III - Portate e frequenze di: « Taloro alla passerella di Gavoi ».

N.	Anno	(Q)	Q	F _c	x	F _i	$x_i = \frac{Q}{\beta}$	$Q_{reg} = x \beta$	Segno Q - Q _{reg}
1	1922	35,00	20,00	0,0256	0,3315	0,0710	0,55798	11,88	+
2	23	33,90	20,70	0,0512	0,4700	0,0759	0,57751	16,85	+
3	24	73,00	20,70	0,0769	0,5817	0,0759	0,57751	20,85	-
4	25	30,80	24,40	0,1025	0,6799	0,1027	0,68073	24,37	+
5	26	20,00	30,00	0,1282	0,7707	0,1479	0,83697	27,62	+
6	27	72,00	30,80	0,1538	0,8563	0,1547	0,85929	30,69	+
7	28	61,80	32,10	0,1794	0,9383	0,1659	0,89556	33,63	-
8	29	32,10	33,30	0,2051	1,0185	0,1765	0,92903	36,50	-
9	1930	101,00	33,90	0,2307	1,0969	0,1817	0,94577	39,32	-
10	31	54,30	35,00	0,2564	1,1746	0,1915	0,97646	42,10	-
11	32	30,00	39,70	0,2820	1,2516	0,2342	1,10759	44,86	-
12	33	24,40	44,60	0,3076	1,3285	0,2796	1,24429	47,62	-
13	34	53,60	53,60	0,3333	1,4060	0,3626	1,49538	50,40	+
14	35	151,00	54,30	0,3589	1,4839	0,3690	1,51491	53,19	+
15	36	70,00	57,00	0,3846	1,5630	0,3934	1,59024	56,02	+
16	37	39,70	61,80	0,4102	1,6430	0,4357	1,72415	58,89	+
17	38	80,20	70,00	0,4358	1,7245	0,5044	1,95292	61,81	+
18	1941	57,00	71,40	0,4615	1,8081	0,5156	1,99198	64,81	+
19	42	86,20	72,00	0,4871	1,8936	0,5204	2,00872	67,87	+
20	43	33,30	73,00	0,5128	1,9820	0,5282	2,03662	71,04	+
21	44	90,70	74,30	0,5384	2,0730	0,5384	2,07289	74,30	o
22	45	44,60	78,90	0,5641	2,1670	0,5730	2,20122	77,69	+
23	46	130,00	80,00	0,5897	2,2658	0,5810	2,23191	81,21	-
24	47	104,00	80,20	0,6153	2,3685	0,5824	2,23749	84,90	-
25	48	90,70	86,20	0,6410	2,4768	0,6241	2,40489	88,78	-
26	49	256,00	90,70	0,6666	2,5906	0,6532	2,53043	92,85	-
27	1950	20,70	90,70	0,6923	2,7120	0,6532	2,53043	97,21	-
28	51	147,00	101,00	0,7179	2,8414	0,7133	2,81779	101,85	-
29	52	80,00	104,00	0,7435	2,9809	0,7292	2,90149	106,85	-
30	53	116,00	106,00	0,7692	3,1331	0,7393	2,95728	112,30	-
31	54	20,70	116,00	0,7948	3,3000	0,7853	3,23627	118,28	-
32	55	106,00	130,00	0,8205	3,4867	0,8379	3,62686	124,98	+
33	56	145,00	140,00	0,8461	3,6978	0,8680	3,90585	132,54	+
34	57	140,00	145,00	0,8717	3,9503	0,8811	4,04534	141,59	+
35	58	224,00	147,00	0,8974	4,2397	0,8860	4,10114	151,97	-
36	59	71,40	151,00	0,9230	4,6128	0,8953	4,21274	165,34	-
37	1960	74,30	224,00	0,9487	5,1291	0,9534	6,24936	183,85	+
38	61	78,90	256,00	0,9743	5,9840	0,9902	7,14212	214,49	+

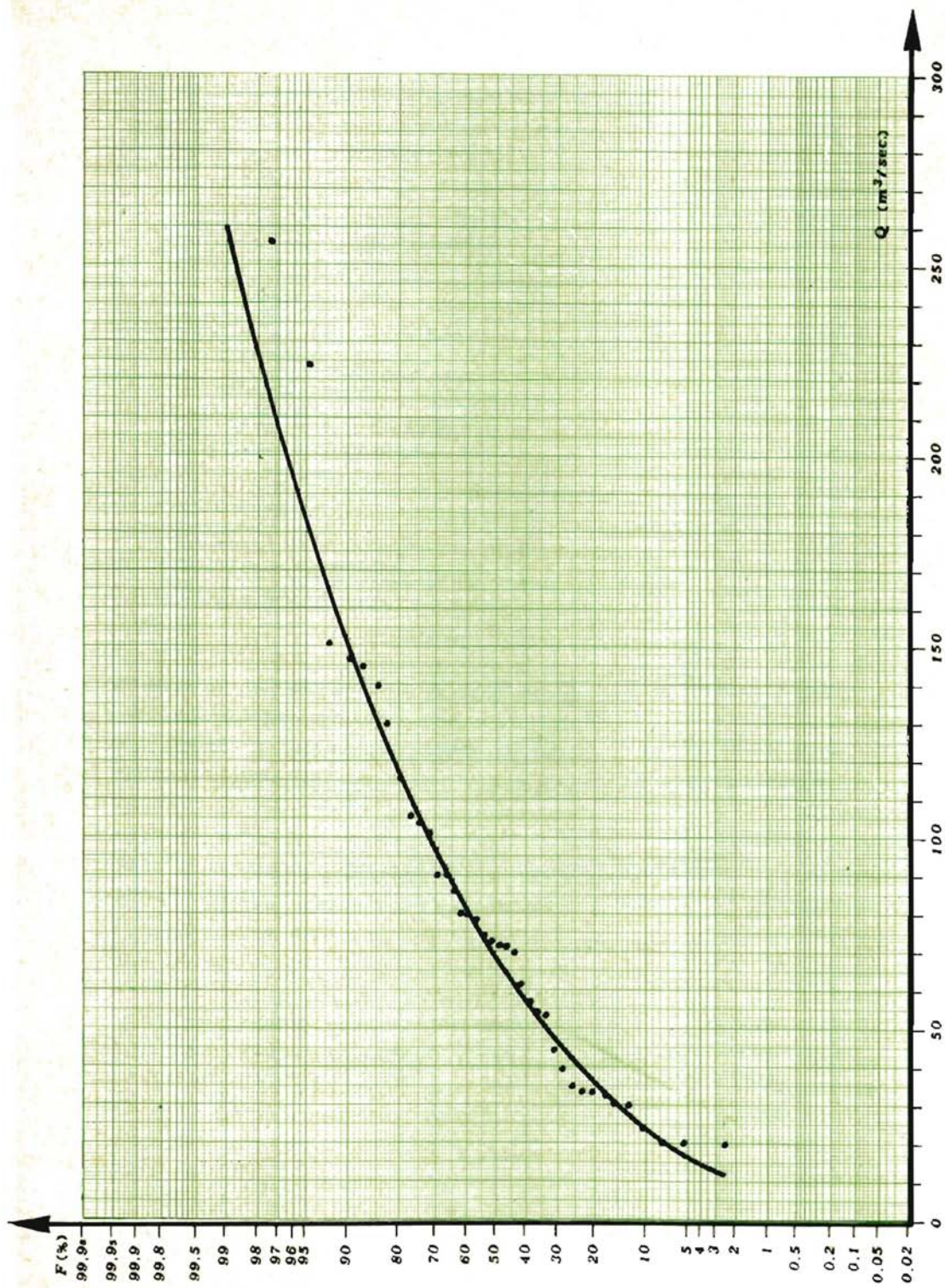


Fig. 1 - Curva regolarizzata di: « Taloro alla passerella di Gavoi ».

Tab. IV - Portate massime medie giornaliere centenarie.

Corso d'acqua e stazione	m ³ /sec
Fluminimannu ad Is Acquis	30
Fluminimaggiore a Fluminimaggiore	40
Tirso a Rifornitore Tirso	435
Taloro alla passerella di Gavoi	260
Tirso a Santa Chiara d'Ula	900
Araxisi a Orto Sciavico	80
Flumineddu ad Allai	475
Temo a Reinanare	145
Mannu di Ozieri a Ponte della Legna	225
Rio di Buttule a Buttule	160
Mannu di Ozieri a Fraigas	425
Mannu di Berchidda a Berchidda	440
Rio di Oschiri a Concarabella	245
Coghinas a Muzzone	940
Liscia a Liscia	625
Cedрино a Cedрино	725
Foddeddu a Corongiu	130
Flumendosa a Gadoni	785
Flumendosa a Villanovatulo	925
Flumendosa a Monte Scrocca	1585
Sa Picocca a Monte Acuto	135

il valore di W_c , che a livello di significatività 0,10, rappresenta il dato calcolato dal Wine col quale occorre confrontare W_c .

Affinché la distribuzione studiata non sia da rifiutarsi al livello di significatività prefissato è necessario che $\chi^2 < \chi^2_c$ e che nel contempo $W_c < W_c$.

Tab. V - Calcolo del χ^2 per « Taloro alla passerella di Gavoi ».

n_i	F_c	F_i	v_i	$(n_i - v_i)^2$	$\chi^2 = \frac{(n_i - v_i)^2}{v_i}$
9	0,2307	0,1817	7,08	3,68	0,520
9	0,4615	0,5156	13,02	16,16	1,241
10	0,7179	0,7133	7,72	5,19	0,673
10	—	—	10,18	0,03	0,003
Σ 38			Σ 38,00		2,437

L'esame della Tab. VI consente le seguenti considerazioni:

- 1) la distribuzione studiata non è accettabile per Tirso a Rifornitore Tirso, Mannu di Ozieri a Fraigas, Rio di Oschiri a Concarabella, Liscia a Liscia e Flumendosa a Gadoni poiché il χ^2_0 è risultato maggiore di χ^2_c ;
- 2) per il Rio di Buttule a Buttule, Cedrino a Cedrino e Flumendosa a Monte Scrocca la distribuzione gamma a due parametri non può accettarsi poiché al test dal segno è risultato che $W_c \geq W_0$.

Tab. VI - Test del χ^2 e del segno.

Corso d'acqua e stazione	χ^2_0	χ^2_c	W_0	W_c
Fluminimannu ad Is Acquis	1,55	2,71	14-	12
Fluminimaggiore a Fluminimaggiore	1,04	2,71	18-	14
Tirso a Rifornitore Tirso	12,09	4,61	22-	16
Taloro alla passerella di Gavoi	2,24	2,71	18-	14
Tirso a Santa Chiara d'Ula	1,74	2,71	19-	14
Araxisi a Orto Sciavico	5,12	6,25	20-	15
Flumineddu ad Allai	1,80	2,71	15-	11
Terno a Reinamare	2,29	4,61	21+	16
Mannu di Ozieri a Ponte della Legna	0,65	2,71	9-	7
Rio di Buttule a Buttule	0,53	2,71	11-	14
Mannu di Ozieri a Fraigas	7,91	6,25	21-	17
Mannu di Berchidda a Berchidda	0,05	2,71	13-	12
Rio di Oschiri a Concarabella	6,47	6,25	21+	15
Coghinas a Muzzone	0,94	6,25	19+	15
Liscia a Liscia	14,45	2,71	16-	14
Cedrino a Cedrino	0,03	2,71	14-	14
Foddeddu a Corongiu	2,27	2,71	14+	10
Flumendosa a Gadoni	7,20	6,25	16-	13
Flumendosa a Villanovatulo	2,44	2,71	14-	11
Flumendosa a Monte Scrocca	1,89	2,71	10-	14
Sa Picocca a Monte Acuto	3,03	4,61	19+	14

Conclusioni

Le ultime considerazioni fatte sui test di significatività portano a concludere che la legge di distribuzione studiata può ritenersi certamente valida poiché essa è da rifiutarsi solo per otto corsi d'acqua sui ventuno esaminati.

L'esame dei valori delle portate massime medie giornaliere centenarie (Tab. IV) induce poi alla formulazione di un altro giudizio positivo.

Infatti se questi dati vengono confrontati con quelli ottenuti in un analogo studio fatto dal Lazzari per alcuni corsi d'acqua della Sardegna si nota

che essi poco discostano o ben si accordano a quelli trovati, mediante altre leggi probabilistiche, dall'autore citato.

La legge probabilistica studiata può quindi essere compresa tra quelle più comunemente usate (Galton, Gumbel, Frechet) per il calcolo della massima piena centenaria o millenaria nei corsi d'acqua della Sardegna.

Non va però dimenticato che queste ultime sono quelle più utilizzate, in particolar modo la log-normale di Galton, che resta sempre quella maggiormente impiegata per la prevalente rapidità di applicazione.

RIASSUNTO

Dopo una breve premessa ed alcuni richiami statistici sulla funzione gamma a due parametri si espone la metodologia impiegata per la regolarizzazione, con la legge probabilistica citata, delle portate massime medie giornaliere registrate in alcuni bacini idrografici della Sardegna.

Col test del χ^2 e quello del segno vengono saggiate tutte le regolarizzazioni effettuate e da esse si nota come la legge probabilistica studiata possa validamente applicarsi alla previsione delle piene dei corsi d'acqua della Sardegna.

SUMMARY

After a brief introduction and some statistical remarks on the gamma function in two parameters, we are going to explain the methodology used, according to the quoted law of probabilities, to regularize the daily maximum average capacity, which has been recorded in some hydrographic basins in Sardinia.

All controls carried out are tested by χ^2 and sign tests, from these we note that the studied law of probabilities may be validly applied to the forecast of the rivers in flood in Sardinia.

BIBLIOGRAFIA CONSULTATA

- BENNET C. A., FRANKLIN N. L., *Statistical analysis in chemistry and the chemical industry*, New York 1967.
- BOLDRINI M., *Statistica*, Milano 1962.
- BOLL M., *Tables numériques universelles*, Paris 1964.
- BRAMBILLA F., *Trattato di statistica*, Torino 1968.
- BROWNLEE K. A., *Statistical theory and methodology in sciences and engineering*, New York 1967.

- CHOW V. T., *Handbook of applied hydrology*, New York 1964.
- CICONI G. B., GIULIANO G., SPAZIANI F. M., *Analisi probabilistica di serie di portate caratteristiche nel bacino del Tevere*, « Atti della seconda giornata di studi sulla idrologia e idrografia del Tevere 10-1-76 », Associazione Idrotecnica Italiana, Roma 1976.
- HALD A., *Statistical theory with engineering application*, New York 1965.
- HALD A., *Statistical tables and formulas*, New York 1967.
- INSTITUTE NATIONAL DE LA STATISTIQUE ET DES ETUDES ECONOMIQUES POUR LA METROPOLE ET LA FRANCE D'AUTRE MER, *Méthode statistique*, Paris 1954.
- JOHNSON N. L., LEONE F. C., *Statistics and experimental design in engineering and the physical sciences*, New York 1968.
- LAZZARI E., *Esame di alcune leggi probabilistiche usate per la previsione delle portate di piena*, « L'Acqua », n. 6, novembre-dicembre 1966, Roma 1966.
- MARKOVIC RADMILO D., *Probability Functions of best fit to distributions of annual precipitation and Runoff*, «Hydrology papers Colorado State University», August 1965, Fort Collins, Colorado.
- MILLS F., *Metodi statistici*, Torino 1965.
- ROCHE M., *Hydrologie de surface*, Paris 1963.
- SNEDECOR G. W., COCHRAN W. G., *Statistical methods*, USA 1967.
- TONINI D., *Elementi di idrografia ed idrologia*, vol. I e vol. II, Venezia 1959 e 1966.
- TORRE G., *Sull'applicazione della funzione gamma per la regolarizzazione delle piogge*, « Studi Sassaresi », Annali della Facoltà di Agraria, vol. XXII, Sassari 1974.
- VIANELLI S., *Metodologia statistica delle Scienze Agrarie*, vol. I e vol. II, Bologna 1954 e 1956.
- VIPARELLI C., *Idrologia applicata all'ingegneria*, Parte I e II, Napoli 1964.
- VIANELLI S., *Prontuari per calcoli statistici*, Bologna 1959.
- YEVJEVICH V., *Probability and statistics in Hydrology*, Colorado 1972.

TAVOLE PER IL CALCOLO
DELLA FUNZIONE GAMMA INCOMPLETA

X
α

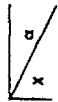
	2.1725	.6755	.9533	1.1597	.8651	1.4492	3.2369	1.6711	1.7086
2.5000	.9549093	.9549346	.9246601	.8926512	.8655785	.8386763	.8139277	.7910944	.7824986
2.5500	.9281338	.9281850	.8988850	.8676525	.8397950	.8135284	.7899346	.7799253	.7709719
2.6000	.9024153	.9024414	.8742949	.8424152	.8128464	.7841040	.7575739	.7428468	.7342058
2.6500	.8777985	.8778293	.8502893	.8195935	.7905415	.7621700	.7363357	.7214877	.7126332
2.7000	.8541042	.8541394	.8272893	.7972934	.7689483	.7412657	.7163304	.7014638	.6926089
2.7500	.8312824	.8313181	.8052824	.7762824	.7489477	.7222824	.6982824	.6844289	.6715842
2.8000	.8092824	.8093181	.7842824	.7562824	.7302824	.7052824	.6822824	.6694289	.6575842
2.8500	.7882824	.7883181	.7642824	.7382824	.7142824	.6912824	.6702824	.6594289	.6495842
2.9000	.7682824	.7683181	.7452824	.7212824	.7002824	.6812824	.6632824	.6474289	.6385842
2.9500	.7492824	.7493181	.7272824	.7052824	.6862824	.6692824	.6542824	.6404289	.6325842
3.0000	.7312824	.7313181	.7102824	.6902824	.6732824	.6582824	.6452824	.6334289	.6265842
3.0500	.7142824	.7143181	.6942824	.6762824	.6612824	.6482824	.6372824	.6274289	.6185842
3.1000	.6982824	.6983181	.6802824	.6642824	.6502824	.6382824	.6292824	.6214289	.6135842
3.1500	.6832824	.6833181	.6662824	.6522824	.6402824	.6302824	.6232824	.6174289	.6115842
3.2000	.6692824	.6693181	.6532824	.6402824	.6302824	.6232824	.6182824	.6144289	.6105842
3.2500	.6562824	.6563181	.6412824	.6302824	.6232824	.6182824	.6152824	.6124289	.6095842
3.3000	.6442824	.6443181	.6302824	.6202824	.6152824	.6122824	.6102824	.6084289	.6065842
3.3500	.6332824	.6333181	.6202824	.6122824	.6092824	.6082824	.6072824	.6064289	.6055842
3.4000	.6232824	.6233181	.6122824	.6062824	.6052824	.6052824	.6052824	.6054289	.6045842
3.4500	.6142824	.6143181	.6062824	.6022824	.6022824	.6022824	.6022824	.6024289	.6015842
3.5000	.6062824	.6063181	.6002824	.6002824	.6002824	.6002824	.6002824	.6004289	.5995842
3.5500	.5992824	.5993181	.5952824	.5952824	.5952824	.5952824	.5952824	.5954289	.5945842
3.6000	.5932824	.5933181	.5902824	.5902824	.5902824	.5902824	.5902824	.5904289	.5895842
3.6500	.5882824	.5883181	.5862824	.5862824	.5862824	.5862824	.5862824	.5864289	.5855842
3.7000	.5842824	.5843181	.5842824	.5842824	.5842824	.5842824	.5842824	.5844289	.5835842
3.7500	.5812824	.5813181	.5822824	.5822824	.5822824	.5822824	.5822824	.5824289	.5815842
3.8000	.5792824	.5793181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
3.8500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
3.9000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
3.9500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.0000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.0500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.1000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.1500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.2000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.2500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.3000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.3500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.4000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.4500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.5000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.5500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.6000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.6500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.7000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.7500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.8000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.8500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.9000	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.9500	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.9900	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842
4.9950	.5782824	.5783181	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5812824	.5814289	.5805842



x	α	2.1725	.6785	.9533	1.1577	.8651	1.4492	.8062	3.2364	1.6711	1.7086
5.0000		3981402	9971510	9939757	9903595	9951742	9930381	99506747	6946518	9762452	9737496
5.0500		3911496	9973038	9942118	9908267	9954148	9838044	9950824	6516852	9763200	9748559
5.1000		3930836	9974436	9945333	9912525	9955434	9843164	9927295	853858	9774491	9759398
5.1500		3949441	9975791	9948209	9916775	9956805	9852359	9929466	8609564	9783348	9769702
5.2000		3967343	9977024	9950754	9920730	9958267	9859041	9945444	8665994	9792780	9782921
5.2500		3984565	9978233	9953174	9924497	9959627	9855025	9959131	867176	9801614	9790915
5.3000		3991131	9979321	9955474	9928085	9960489	9871524	9969733	8739136	9810481	9798915
5.3500		3997065	9980351	9957661	9931533	9962259	9877350	9971255	8779901	9818739	9807162
5.4000		3952308	9981516	9959742	9934753	9963934	9882915	9972699	8819498	9826663	9815538
5.4500		3967124	9982319	9961720	9937485	9965534	9888231	9974070	8857951	9834247	9823520
5.5000		3981292	9983293	9963600	9940322	99671050	9893109	9975573	8895266	9841566	9831237
5.5500		3974913	9984101	9965387	9943533	9968787	9898158	9976609	8931531	9848453	9838588
5.6000		3968009	9984934	9967088	9946321	9970393	9902790	9977783	8966710	9856411	9845626
5.6500		3970596	9985564	9968704	9949375	9971660	9907214	9978898	9000848	9861463	9852363
5.7000		3971284	9986437	9970281	9951110	9972695	9911438	9979957	9033069	9867582	9858811
5.7500		3972432	9987112	9971702	9953523	9973570	9915473	9980962	9066100	9873337	9864984
5.8000		3973549	9987771	9973092	9955931	9974606	9919325	9981918	9097264	9878951	9870891
5.8500		3974623	9988395	9974413	9958284	9975745	9923005	9982824	9127485	9884823	9876546
5.9000		3975687	9988934	9975670	9959945	9980752	9926517	9983685	9156708	9889393	9881956
5.9500		3976649	9989450	9976864	9961554	9981709	9929871	9984503	9185194	9894266	9887135
6.0000		3977597	9990033	9978000	9963572	9982618	9933074	9985280	9212727	9898934	9892089
6.0500		39785125	9990588	9979106	9965404	9983481	9936133	9986017	9239411	9903400	9896830
6.1000		39791909	9991238	9980106	9967054	9984502	9939053	9986918	9265266	9907672	9901367
6.1500		39797345	9991523	9981083	9968624	9985582	9941840	9987382	9290316	9911757	9905707
6.2000		3980367	9991936	9982021	9970121	9986523	9944502	9988014	9314561	9915664	9909860
6.2500		3980927	9992355	9982894	9971545	9987527	9947073	9988916	9336083	9919004	9913832
6.3000		39815697	9992774	9983734	9972933	9988195	9949468	9989185	9360842	9922977	9917633
6.3500		39822867	9993122	9984533	9974195	9988731	9951783	9989726	9382879	9926396	9921268
6.4000		39829755	9993512	9985292	9975423	9989435	9953994	9990240	94048214	9929684	9924745
6.4500		39836365	9993930	9986013	9976610	9989903	9956104	9990728	9424866	9932701	9928071
6.5000		39842711	9994374	9986700	9977719	9990555	9958118	9991192	9444854	993579	9931253
6.5500		39848801	9994818	9987352	9978793	9990074	9960040	9991632	9464197	9938636	9934296
6.6000		39854645	9995272	9987973	9979795	9990365	9961876	9992051	9482914	9941368	9937286
6.6500		39860257	9995741	9988563	9980750	9991034	9963627	9992448	9501022	9943980	9939989
6.7000		39865640	9996227	9989124	9981579	9991478	9965299	9992825	9518539	9946478	9942650
6.7500		3987086	9996719	9989558	9982554	9991901	9966894	9993184	9535482	9948866	9945196
6.8000		39875764	9997204	9990164	9983387	9992303	9968417	9993525	9551865	9951148	9947629
6.8500		39880519	9997691	9990649	9984191	9992684	9969870	9993848	9567714	9953330	9949957
6.9000		39885124	9998176	9991106	9984937	9993047	9971257	9994156	9583034	9955415	9952181
6.9500		39889461	9998631	9991593	9985657	9993391	9972581	9994447	9597486	9957409	9954309
7.0000		3989358	9999095	9992057	9986345	9993717	9973844	9994724	9612144	9959314	9956343
7.0500		3989768	9999538	9992432	9986985	9994030	9975099	9994988	9628003	9961135	9958287
7.1000		39901552	9999933	9992727	9987619	9994326	9976199	9995239	9643377	9962876	9960147
7.1500		3990528	9999312	9993004	9988210	9994507	9977297	9995476	9658301	9964500	9961924
7.2000		39908811	9999714	9993323	9988774	9994674	9978344	9995701	9673088	9966130	9963624
7.2500		39912220	9999339	9993645	9989311	9994827	9979344	9995916	9687682	9967659	9965287
7.3000		39915488	9999734	9993951	9989821	9994981	9980297	9996120	9696506	9969102	9966800
7.3500		39918622	9999573	9994303	9990303	9995169	9981207	9996314	9705314	9970815	9968284
7.4000		39921627	9999461	9994621	9990772	9995369	9982075	9996497	97140636	9971815	9969702
7.4500		39924509	9999362	9994961	9991211	9995623	9982903	9996672	9721135	9973062	9971058



7.5000	.39312721	.99977323	.99951135	.99915333	.99868220	.99816494	.99768337	.9731274	.9974293	.9972354
7.5500	.39333419	.99980328	.99955134	.99922315	.99876407	.99824447	.99774455	.9741062	.9975450	.9973592
7.6000	.39342458	.99981222	.99956116	.99922315	.99876407	.99824447	.99774455	.9750167	.9974145	.9972354
7.6500	.39349492	.99981922	.99956810	.99922779	.99876754	.99825854	.99774886	.9759336	.9974288	.9972486
7.7000	.39354725	.99982425	.99957325	.99923125	.99877000	.99826125	.99775100	.9768441	.9974422	.9972612
7.7500	.39359461	.99982825	.99957825	.99923425	.99877250	.99826375	.99775325	.9777541	.9974551	.9972741
7.8000	.39363657	.99983125	.99958325	.99923725	.99877500	.99826625	.99775550	.9786640	.9974681	.9972871
7.8500	.39367284	.99983328	.99958828	.99924028	.99877750	.99826878	.99775775	.9795741	.9974811	.9973001
7.9000	.39370425	.99983528	.99959328	.99924328	.99878000	.99827128	.99776000	.9804840	.9974941	.9973131
7.9500	.39373133	.99983725	.99959825	.99924625	.99878250	.99827378	.99776225	.9813941	.9975071	.9973261
8.0000	.39375420	.99983920	.99960320	.99924920	.99878500	.99827625	.99776450	.9823041	.9975201	.9973391
8.0500	.39377102	.99984115	.99960815	.99925215	.99878750	.99827872	.99776675	.9832141	.9975331	.9973521
8.1000	.39378272	.99984310	.99961310	.99925510	.99879000	.99828120	.99776900	.9841241	.9975461	.9973651
8.1500	.39378925	.99984505	.99961805	.99925805	.99879250	.99828368	.99777125	.9850341	.9975591	.9973781
8.2000	.39379125	.99984700	.99962300	.99926100	.99879500	.99828615	.99777350	.9859441	.9975721	.9973911
8.2500	.39379325	.99984895	.99962795	.99926395	.99879750	.99828862	.99777575	.9868541	.9975851	.9974041
8.3000	.39379524	.99985090	.99963290	.99926690	.99880000	.99829110	.99777800	.9877641	.9975981	.9974171
8.3500	.39379724	.99985285	.99963785	.99926985	.99880250	.99829358	.99778025	.9886741	.9976111	.9974301
8.4000	.39379924	.99985480	.99964280	.99927280	.99880500	.99829605	.99778250	.9895841	.9976241	.9974431
8.4500	.39380124	.99985675	.99964775	.99927575	.99880750	.99829852	.99778475	.9904941	.9976371	.9974561
8.5000	.39380324	.99985870	.99965270	.99927870	.99881000	.99830100	.99778700	.9914041	.9976501	.9974691
8.5500	.39380524	.99986065	.99965765	.99928165	.99881250	.99830348	.99778925	.9923141	.9976631	.9974821
8.6000	.39380724	.99986260	.99966260	.99928460	.99881500	.99830595	.99779150	.9932241	.9976761	.9974951
8.6500	.39380924	.99986455	.99966755	.99928755	.99881750	.99830842	.99779375	.9941341	.9976891	.9975081
8.7000	.39381124	.99986650	.99967250	.99929050	.99882000	.99831090	.99779600	.9950441	.9977021	.9975211
8.7500	.39381324	.99986845	.99967745	.99929345	.99882250	.99831338	.99779825	.9959541	.9977151	.9975341
8.8000	.39381524	.99987040	.99968240	.99929640	.99882500	.99831585	.99780050	.9968641	.9977281	.9975471
8.8500	.39381724	.99987235	.99968735	.99929935	.99882750	.99831832	.99780275	.9977741	.9977411	.9975601
8.9000	.39381924	.99987430	.99969230	.99930230	.99883000	.99832080	.99780500	.9986841	.9977541	.9975731
8.9500	.39382124	.99987625	.99969725	.99930525	.99883250	.99832328	.99780725	.9995941	.9977671	.9975861
9.0000	.39382324	.99987820	.99970220	.99930820	.99883500	.99832575	.99780950	.9995041	.9977801	.9975991
9.0500	.39382524	.99988015	.99970715	.99931115	.99883750	.99832822	.99781175	.9994141	.9977931	.9976121
9.1000	.39382724	.99988210	.99971210	.99931410	.99884000	.99833070	.99781400	.9993241	.9978061	.9976251
9.1500	.39382924	.99988405	.99971705	.99931705	.99884250	.99833318	.99781625	.9992341	.9978191	.9976381
9.2000	.39383124	.99988600	.99972200	.99932000	.99884500	.99833565	.99781850	.9991441	.9978321	.9976511
9.2500	.39383324	.99988795	.99972695	.99932295	.99884750	.99833812	.99782075	.9990541	.9978451	.9976641
9.3000	.39383524	.99988990	.99973190	.99932590	.99885000	.99834060	.99782300	.9989641	.9978581	.9976771
9.3500	.39383724	.99989185	.99973685	.99932885	.99885250	.99834308	.99782525	.9988741	.9978711	.9976901
9.4000	.39383924	.99989380	.99974180	.99933180	.99885500	.99834555	.99782750	.9987841	.9978841	.9977031
9.4500	.39384124	.99989575	.99974675	.99933475	.99885750	.99834802	.99782975	.9986941	.9978971	.9977161
9.5000	.39384324	.99989770	.99975170	.99933770	.99886000	.99835050	.99783200	.9986041	.9979101	.9977291
9.5500	.39384524	.99989965	.99975665	.99934065	.99886250	.99835298	.99783425	.9985141	.9979231	.9977421
9.6000	.39384724	.99990160	.99976160	.99934360	.99886500	.99835545	.99783650	.9984241	.9979361	.9977551
9.6500	.39384924	.99990355	.99976655	.99934655	.99886750	.99835792	.99783875	.9983341	.9979491	.9977681
9.7000	.39385124	.99990550	.99977150	.99934950	.99887000	.99836040	.99784100	.9982441	.9979621	.9977811
9.7500	.39385324	.99990745	.99977645	.99935245	.99887250	.99836288	.99784325	.9981541	.9979751	.9977941
9.8000	.39385524	.99990940	.99978140	.99935540	.99887500	.99836535	.99784550	.9980641	.9979881	.9978071
9.8500	.39385724	.99991135	.99978635	.99935835	.99887750	.99836782	.99784775	.9979741	.9979911	.9978201
9.9000	.39385924	.99991330	.99979130	.99936130	.99888000	.99837030	.99785000	.9978841	.9980041	.9978331
9.9500	.39386124	.99991525	.99979625	.99936425	.99888250	.99837278	.99785225	.9977941	.9980171	.9978461
9.9900	.39386324	.99991720	.99980120	.99936720	.99888500	.99837525	.99785450	.9977041	.9980301	.9978591

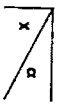


	2.5452	1.6242	4.0443	5.3130	2.2279	2.6475	3.1857	2.2608	1.5697	3.6573
2.5000	•8014896	•2347816	•2347816	•0820409	•6548558	•5437468	•4112004	•6463788	•8158609	•3071355
2.5300	•8094973	•2453626	•2453626	•0976355	•6650123	•5581676	•4238640	•6576668	•8231175	•3189551
2.6000	•8171130	•2560466	•2560466	•13034253	•6768833	•5703674	•4364774	•6686730	•8503849	•3307997
2.6500	•8244934	•2668224	•2668224	•0994120	•6874712	•5823522	•4489709	•6733923	•8473327	•3426573
2.7000	•8315990	•2776787	•2776787	•1055881	•6977789	•5941092	•4613555	•6890482	•8440983	•3545166
2.7500	•8384333	•2886044	•2886044	•1119514	•7076894	•6036394	•4736227	•7000223	•8505468	•3663666
2.8000	•8450974	•2995687	•2995687	•1184982	•7175661	•6169407	•4857649	•7099246	•8567512	•3781966
2.8500	•8513350	•3106211	•3106211	•1252343	•7270527	•6280118	•4977745	•7195563	•8627124	•3899666
2.9000	•8574493	•3216912	•3216912	•1321252	•7362733	•6388519	•5096450	•7289276	•8684987	•4017568
2.9500	•8632575	•3327884	•3327884	•1391954	•7452319	•6494604	•5213703	•7368035	•8739387	•4134879
3.0000	•8688936	•3439044	•3439044	•1464529	•7539326	•6598373	•5359447	•7468864	•8792202	•4251210
3.0500	•8743255	•3550281	•3550281	•1538294	•7623802	•6698829	•5493631	•7554814	•8802913	•4367079
3.1000	•8794936	•3661508	•3661508	•1611805	•7705793	•6798979	•5556209	•7638584	•8891595	•4482204
3.1500	•8844944	•3772855	•3772855	•1690593	•7783344	•6895834	•5657139	•7719393	•8938322	•4598510
3.2000	•8892751	•3883376	•3883376	•1769251	•7862506	•6990416	•5736385	•7798053	•8985167	•4709826
3.2500	•8938305	•3994248	•3994248	•1849053	•7937327	•7082712	•5833913	•7874566	•9026200	•4822366
3.3000	•8983338	•4104570	•4104570	•1930200	•8009855	•7172769	•5989696	•7946379	•9067488	•4933823
3.3500	•9025315	•4214866	•4214866	•2012387	•8080142	•7260600	•6033707	•8020100	•9107097	•5044182
3.4000	•9056274	•4323862	•4323862	•2096157	•8168239	•7348228	•6195927	•8089698	•9145091	•5153405
3.4500	•9084344	•4432687	•4432687	•2190377	•8274194	•7429677	•6295338	•8157101	•9181530	•5261443
3.5000	•9110323	•4540874	•4540874	•2266554	•8378059	•7510975	•6394926	•8222400	•9216474	•5368246
3.5500	•9139354	•4648160	•4648160	•2353933	•8433985	•7590149	•6491681	•8295644	•9249981	•5473772
3.6000	•9171559	•4755083	•4755083	•2441149	•8497821	•7667230	•6586594	•8386880	•9282106	•5577979
3.6500	•9204910	•4860985	•4860985	•2529739	•8547518	•7742249	•6679661	•8486159	•9312902	•5688032
3.7000	•9240771	•4966012	•4966012	•2619136	•8615627	•7815238	•6770881	•8560253	•9348423	•5782294
3.7500	•9279274	•5070113	•5070113	•2709279	•8557794	•7896230	•6850253	•86519040	•9370716	•5882338
3.8000	•9320334	•5173240	•5173240	•2800093	•8620171	•7995261	•6947780	•8752738	•9397832	•5960935
3.8500	•9364530	•5275346	•5275346	•2891535	•8670904	•8022363	•7033468	•8824672	•9423615	•6070061
3.9000	•9411740	•5376389	•5376389	•2983523	•8719743	•8097573	•7113324	•8924868	•9448712	•6173694
3.9500	•9461354	•5476330	•5476330	•3075993	•8754703	•8150927	•7199357	•8723434	•9472565	•6267815
4.0000	•9511688	•5575132	•5575132	•3168902	•8812723	•8212462	•7279578	•8703557	•8905816	•6348009
4.0500	•9562754	•5672761	•5672761	•3262167	•8858855	•8272213	•7338001	•8915657	•9517505	•6454462
4.1000	•9613674	•5769185	•5769185	•3355733	•8899477	•8330513	•7434640	•8935503	•9588271	•6540963
4.1500	•9664828	•5864374	•5864374	•3449253	•8940632	•8396513	•7503510	•8901820	•9558251	•6628903
4.2000	•9715576	•5958307	•5958307	•3543551	•8980363	•8461137	•7582629	•8948668	•9577580	•6715276
4.2500	•9766330	•6050955	•6050955	•3637475	•9018713	•8494126	•7654016	•8982352	•9595995	•6800078
4.3000	•9817247	•6142298	•6142298	•3731917	•9053724	•8595518	•7723690	•9020251	•9613627	•6883305
4.3500	•9868308	•6232317	•6232317	•3826291	•9091435	•8593348	•7791673	•9050288	•9636508	•6964958
4.4000	•9919394	•6320996	•6320996	•3920250	•9125889	•8593655	•7857985	•9092532	•9666671	•7045037
4.4500	•9970701	•6409731	•6409731	•4011437	•9159122	•8590473	•7922650	•9126772	•9662482	•7123547
4.5000	•10025730	•6499273	•6499273	•4108259	•9191174	•8575844	•7973690	•9159816	•9678952	•7200490
4.5500	•10075794	•6578448	•6578448	•4201995	•9222081	•8577993	•8037130	•9191692	•9691128	•7275875
4.6000	•10124934	•6662036	•6662036	•4295497	•9251881	•8582365	•8103599	•9222488	•9704695	•7349708
4.6500	•10173211	•6746329	•6746329	•4384932	•9280608	•8583593	•8153308	•9252066	•9717680	•7421998
4.7000	•10220733	•6824221	•6824221	•4481359	•9308297	•8590512	•8222097	•9280674	•9730106	•7492756
4.7500	•10267414	•6903211	•6903211	•4574042	•9334992	•8592155	•9277387	•9339235	•9741996	•7561993
4.8000	•10312974	•6982079	•6982079	•4666101	•9360595	•8597956	•9331205	•9376374	•9753481	•7629722
4.8500	•10357752	•7056975	•7056975	•4757575	•9385370	•8601549	•9353576	•9450407	•9764259	•7765956
4.9000	•10401229	•7131746	•7131746	•4848784	•9409337	•8605766	•9430530	•9585002	•9774674	•7867079
4.9500	•1044343	•7205115	•7205115	•4939325	•9432325	•8610491	•9549491	•9784637	•9784637	•7823998

X
E

5.0000	3113355	4770518	7327087	5039293	9434466	9117404	8532288	9431764	9794169	7885837
5.0030	3113157	4770719	7327665	5118591	9475799	9149087	8578147	9453829	9803297	7948244
5.0100	3141531	49790329	7416855	5201540	9495317	9179720	8624897	9475082	9813007	8005238
5.1300	3211284	49799327	7484665	5259357	9515082	9209334	8659362	9493549	9820348	8062836
5.2000	3253985	49808329	7551102	5382652	9535109	9231973	8711973	9515829	9828932	8119057
5.2500	3267460	49816734	7551677	5469225	9535421	9235375	8733755	9534236	9835959	8173919
5.3000	3294434	49829434	7679999	5555023	9545023	9245121	8817997	9537018	9856290	8227444
5.3000	3313930	49832527	7748280	5595020	9558007	9245121	8871997	9537018	9856290	8305060
5.4000	3343799	49849630	7803330	5724203	9620024	9260327	8945172	9618985	9869379	8428570
5.4500	3359842	49859367	7864064	5807337	9620024	9260327	8945172	9618985	9869379	8478274
5.5000	3392068	49855122	7921494	5890039	9655133	9265133	8955133	9633068	9878211	8521644
5.5500	3412447	49860193	7978633	5971293	9659663	9265133	8955133	9633068	9878211	8566584
5.6000	3436123	49866559	8034497	6032299	9663657	9265133	8955133	9633068	9878211	8609950
5.6500	3457016	49872277	8094910	6132041	9677077	9265133	8955133	9633068	9878211	8656954
5.7000	3477182	49877432	8142260	6210864	9680000	9265133	8955133	9633068	9878211	8696869
5.7500	3496542	49883342	8194590	6294755	9702422	9265133	8955133	9633068	9878211	8739889
5.8000	3515421	49889413	8249508	6365558	9714375	9265133	8955133	9633068	9878211	8785081
5.8500	3534539	49893453	8298232	6441552	9725984	9265133	8955133	9633068	9878211	8833867
5.9000	3552101	49898194	8349377	6516495	9735901	9265133	8955133	9633068	9878211	8884919
5.9500	3569785	49902719	83991161	6594423	9747533	9265133	8955133	9633068	9878211	8938043
6.0000	3599435	49907345	84547402	6663350	9757713	9265133	8955133	9633068	9878211	8993589
6.0500	3632917	49911192	85082514	6735254	9767515	9265133	8955133	9633068	9878211	9051202
6.1000	3661933	49915337	85612527	6804133	9776934	9265133	8955133	9633068	9878211	9110839
6.1500	3692951	49919420	86169449	6875982	9785984	9265133	8955133	9633068	9878211	9172537
6.2000	3744563	49922355	86744795	6944479	9794653	9265133	8955133	9633068	9878211	9236352
6.2500	3753715	49925992	8652094	7019302	9803032	9265133	8955133	9633068	9878211	9302191
6.3000	3759717	49929297	86941844	7079302	9811035	9265133	8955133	9633068	9878211	9370064
6.3500	3769275	49932497	87350615	7144971	9818763	9265133	8955133	9633068	9878211	9440125
6.4000	3784482	49935575	87768571	7209054	9826168	9265133	8955133	9633068	9878211	9512461
6.4500	3797056	49938453	8819153	7273252	9833527	9265133	8955133	9633068	9878211	9589044
6.5000	3797056	49941122	8840971	7335785	9840105	9265133	8955133	9633068	9878211	9670795
6.5000	3721822	49944579	8860981	7457152	9845663	9265133	8955133	9633068	9878211	9756744
6.5500	3728665	49948654	8924847	7517192	9851902	9265133	8955133	9633068	9878211	9847184
6.6000	3749172	49952931	8975043	7575395	9858905	9265133	8955133	9633068	9878211	9941567
6.6500	3758861	49957191	8975043	7632950	9865854	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
6.7000	3758191	49961631	9006651	7694291	9870574	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
6.7500	3777175	49965232	9056440	7764924	9875824	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
6.8000	3795823	49969324	9095473	7840544	9880954	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
6.8500	3795823	49974133	9095473	7922940	9885792	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
6.9000	3802170	49979484	9128284	7994231	9890554	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
7.0000	3830798	49982411	9170552	8064610	9895304	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
7.0500	3824549	49984187	9202767	8130610	9899984	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
7.1000	3824549	49984187	9202767	8198544	9904610	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
7.1500	3841537	49984751	9227789	8265344	9909284	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
7.2000	3935795	49989477	9292100	8330373	9913910	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
7.2500	3944324	49990732	9275725	8403320	9918544	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
7.3000	3935050	49971433	9298467	8474571	9923184	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
7.3500	3935344	49971433	9298467	8545171	9927824	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
7.4000	3955212	49974294	9325090	8616774	9932514	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000
7.4500	3945746	49975154	9355521	8688317	9937204	9265133	8955133	9633068	9878211	1000000

7.5000	9972711	9976548	9384025	8314170	9931439	9972305	9745644	9927707	9979433	9575036
7.5500	9877754	9977529	9403832	8416025	9934312	9977363	9755941	9930801	9980371	9590337
7.6000	9882604	9978542	9423056	8856391	9937070	9982327	9764974	9931692	9981267	9608375
7.6500	9937269	9979510	9441714	8497710	9939710	9986905	9773574	9933464	9982122	9617965
7.7000	9981753	9980533	9459818	8553039	9942244	9991403	9791929	9933123	9982939	9631117
7.7500	9994066	9981416	9477383	8574823	9944574	9995727	9799991	9924673	9983718	9635846
7.8000	9990210	9982259	9494422	8614251	9947003	9998865	9797769	9924119	9984463	9636164
7.8500	9930419	9983034	9510931	8648911	9949217	9903881	9805271	9948464	9985173	9648082
7.9000	9930826	9983993	9526690	8684733	9951378	9907723	9812508	9949871	9985851	9649613
7.9500	9911707	9984537	9542524	8911987	9953481	9911416	9817488	9950869	9986498	9650767
8.0000	9915247	9985258	9557597	8754137	9955399	9914965	9826219	9952938	9987116	9701556
8.0500	9918647	9986357	9571209	8757352	9957285	9918376	9832709	9954920	9987700	9711989
8.1000	9921915	9987471	9586674	8820339	9959002	9921654	9838968	9956819	9988269	9722080
8.1500	9923505	9988530	9601014	8852315	9960875	9924405	9845003	9958642	9988820	9731838
8.2000	9928073	9989177	9615410	8883511	9962486	9927831	9850081	9960389	9989530	9741275
8.2500	9930973	9989832	9626305	8914113	9964403	9930740	9856428	9962062	9989809	9750193
8.3000	9931578	9990454	9638879	8943392	9965863	9933534	9858184	9963667	9990272	9759210
8.3500	9935534	9990835	9650905	8972919	9967063	9936219	9857044	9965205	9990728	9767731
8.4000	9939005	9991431	9662642	9021332	9968845	9938798	9872065	9966679	9991149	9775968
8.4500	9941475	9992034	9674390	9029339	9969887	9941274	9876905	9968091	9991555	9783928
8.5000	9945847	9992755	9684990	9056391	9971003	9943654	9881567	9969046	9991943	9791619
8.5500	9948125	9993477	9695544	9092451	9972335	9946594	9883567	9970443	9992312	9799051
8.6000	9949313	9994135	9705960	9109192	9973507	9948135	9890389	9971743	9992666	9806231
8.6500	9952015	9994934	9715904	9113285	9974657	9950243	9893450	9973178	9993004	9813167
8.7000	9952933	9995731	9726518	9157760	9976759	9952268	9895876	9975319	9993325	9819866
8.7500	9954371	9996531	9734974	9181524	9977753	9954212	9902846	9977413	9993632	9826330
8.8000	9955332	9997335	9744038	9204892	9978775	9956078	9907646	9978462	9993924	9832586
8.8500	9956819	9998136	9752806	9227371	9979870	9957875	9909764	9979746	9994204	9838624
8.9000	9957334	9998934	9761293	9249577	9980957	9959592	9913321	9980827	9994870	9844452
8.9500	9958331	9999731	9776904	9271223	9982049	9961244	9915550	9981739	9995342	9850078
9.0000	9959236	9999438	9787448	9292283	9983152	9962831	9917956	9982832	9995828	9855511
9.0500	9959373	9999473	9795134	9312572	9984210	9964353	9922243	9984107	9996200	9860756
9.1000	9959537	9999427	9792564	9312539	9985289	9965815	9925815	9985188	9996542	9865818
9.1500	9959435	9999437	9792435	9312503	9986362	9967218	9926976	9986363	9996562	9870700
9.2000	9959877	9999518	9800714	9317907	9988431	9968564	9931429	9987340	9996624	9875421
9.2500	9959865	9999544	9815444	9319314	9989508	9969858	9934081	9988418	9996625	9879973
9.3000	9971102	9999527	9811994	9417255	9990557	9971298	9935374	9989552	9996799	9884365
9.3500	9972384	9999532	9826238	9424583	9991624	9972288	9937288	9990888	9996833	9888603
9.4000	9973552	9999519	9833320	9441567	9992686	9973331	9941452	9991607	9996850	9892691
9.4500	9974420	9999420	9838320	9458193	9993742	9974527	9943917	9992576	9996676	9896637
9.5000	9973668	9999376	9844883	9474293	9994785	9975580	9945916	9993249	9996851	9899042
9.5500	9973674	9999312	9849374	9493943	9995845	9976589	9948423	9993798	9997023	9900414
9.6000	9977836	9999632	9854584	9505171	9996982	9977557	9950049	9993832	9997104	9901755
9.6500	9978565	9999675	9859545	9513983	9998099	9978086	9952000	9993828	9997276	9911070
9.7000	9979053	9999630	9866776	9534431	9999293	9978823	9953680	9993930	9997401	9914363
9.7500	9979306	9999716	9869564	9549811	9999845	9979577	9955376	9994070	9997522	9917550
9.8000	9979374	9999736	9869564	9558211	9999830	9980333	9956800	9994155	9997637	9920603
9.8500	9979124	9999719	9867194	9562333	9999777	9981053	9957416	9994212	9997746	9923535
9.9000	9979260	9999751	9868289	9568192	9999819	9981841	9958085	9994295	9997850	9926403
9.9500	9979382	9999756	9867162	9600733	9999125	9983320	9959236	9994428	9997949	9929148



5.0000	.3505791	.4949339	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.0500	.3622915	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.1000	.3719337	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.1500	.3853268	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.2000	.3957550	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.2500	.4091264	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.3000	.4244431	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.3500	.4370712	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.4000	.4479208	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.4500	.4533855	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.5000	.4522037	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.5500	.452767	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.6000	.453065	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.6500	.4532946	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.7000	.4534248	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.7500	.4531225	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.8000	.4530252	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.8500	.4531425	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.9000	.4531556	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
5.9500	.4531739	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.0000	.4531946	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.0500	.4531932	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.1000	.4531826	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.1500	.4532141	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.2000	.4531934	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.2500	.4531574	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.3000	.4470120	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.3500	.4475623	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.4000	.4480902	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.4500	.4483763	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.5000	.4483805	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.5500	.4483495	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.6000	.4483304	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.6500	.4483175	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.7000	.4482926	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.7500	.4482141	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.8000	.4481594	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.8500	.4481335	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.9000	.4482244	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
6.9500	.4482478	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
7.0000	.4483314	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
7.1000	.4483154	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
7.2000	.4483815	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
7.2500	.4483870	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
7.3000	.4483481	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
7.3500	.4483915	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
7.4000	.4482039	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999
7.4500	.4482534	.4999939	.5999999	.6999999	.7999999	.8999999	.9999999

