A.D. MDLXII

M.I.U.R


# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI SASSARI

FACOLTÀ DI LETTERE E FILOSOFIA

DIPARTIMENTO DI TEORIE E RICERCHE DEI SISTEMI CULTURALI

Scuola di Dottorato in Scienze dei Sistemi Culturali
Indirizzo *Filosofia*
CICLO XXII

***Direttore: Prof. Aldo Maria Morace***


# Correlazioni Quantistiche

# e

# Realismo Causale


***Tutor:***

**Prof. Alberto Mario MURA**

***Tutor:***

**Prof. Giuseppe MEZZORANI**

***Dottoranda:***

**Alessandra MELAS**



Anno Accademico 2008/2009

# Ringraziamenti

La stesura di questa tesi è stata possibile grazie all'insostituibile supporto di Professor Alberto Mario Mura che mi ha trasmesso la passione per la ricerca, che mi ha introdotto allo studio di questi temi e ha seguito la realizzazione di questa tesi di dottorato in tutte le sue fasi. Al Professor Mura va un ringraziamento speciale anche per la sua pazienza e per la sua fiducia negli stadi più difficili della mia ricerca.

Un particolare ringraziamento va al Professor Giuseppe Mezzorani per la sua incondizionata disponibilità e generosità fin dal primo momento, e per il suo preziosissimo supporto tecnico.

Tutta la mia gratitudine va al Professor Federico Laudisa e al Professor Gino Tarozzi per le loro indispensabili indicazioni bibliografiche e osservazioni.

Ringrazio la Central European University Summer School 2008 in *Probabilistic Causality* e la Genevian Summer School 2009 in *Foundations of Quantum Mechanics* per l'importante contributo che esse hanno fornito al mio lavoro di ricerca.

Grazie alla mia famiglia per avermi sempre incoraggiata e sostenuta nello studio e ai miei colleghi per la loro simpatia e amicizia.

Un ringraziamento speciale va a Francesco per non avermi mai permesso di perdere la fiducia anche nei momenti peggiori.

*Hunc igitur terrorem animi tenebrasque necessest*
*non radii solis neque lucida tela diei*
*discutiant, sed naturae species ratioque.*
*Principium cuius hinc nobis exordia sumet,*
*nullam rem e nilo gigni divinitus umquam.*
*Quippe ita formido mortalis continet omnis,*
*quod multa in terris fieri caeloque tuentur*
*quorum operum causas nulla ratione videre*
*possunt ac fieri divino numine tentur.*
*Quas ob res ubi viderimus nil posse creari*
*de nilo, tum quod sequimur iam rectius inde*
*perspiciemus, et unde queat res quaeque creari*
*et quo quaeque modo fiant opera sine divum.*

Tito Lucrezio Caro
*De Rerum Natura* (I, 146-158)

# Indice

# Prefazione

Il presente lavoro è sulla causalità in Meccanica Quantistica, precisamente sulla possibilità di fornire una spiegazione causale a quel fenomeno noto come "correlazioni quantistiche" e messo in luce attraverso un esperimento mentale ideato nel 1935 da Albert Einstein, Boris Podolsky e Nathan Rosen, e conosciuto appunto come "esperimento di EPR".

La nozione di causazione è, a livello filosofico, un concetto certamente problematico e controverso: non esiste tuttora consenso sulla definizione del concetto di causalità. Senza dubbio la Meccanica Quantistica ha aggiunto una nuova dimensione al problema e al suo status filosofico.

Il tentativo di una più profonda comprensione della Teoria dei Quanti ha sollevato almeno due grandi quesiti fondamentali: possiamo violare le relazioni di indeterminazione di Heisenberg? È il mondo microscopico descrivibile in termini causali? Questi due quesiti sono profondamente relati e questo fatto venne messo in luce nel 1935 col famoso esperimento di EPR.

L'esperimento mentale in questione fu proposto dai tre scienziati per mostrare la violazione delle relazioni di indeterminazione e conseguentemente l'incompletezza della Teoria Quantistica. Infatti, dopo il 1935, gran parte della comunità scientifica considerò la Meccanica Quantistica alla stregua di una teoria incompleta che doveva essere completata per mezzo di variabili nascoste, allo scopo di restaurare un'immagine realistica del mondo.

In tal senso assumeva massima importanza il lavoro di John Bell (1964), che con la sua nota diseguaglianza, violata dalle previsioni statistiche della Meccanica Quantistica, mostrava l'impossibilità di un completamento locale della Teoria, spostando l'attenzione sul seguente quesito: dato un siffatto completamento, è la natura spiegabile causalmente a livello microscopico?

Numerosi studi successivi, tra cui quello di Bastian van Fraassen del 1982, hanno messo in luce lo stretto legame esistente tra variabili nascoste e cause comuni alla Hans Reichenbach (1956). In particolare, il lavoro di van Fraassen mirava a mostrare l'impossibilità di un completamento della Meccanica Quantistica in termini causali.

Tuttavia, sono numerosissimi i lavori contemporanei che ancora aspirano ad un completamento causale della Teoria Quantistica. I recentissimi lavori della Scuola di Budapest (Gábor Hofer-Szabó, Miklós Rédei, László E. Szabó, 1999-2008) sono un illustre esempio di questo fatto. Questi lavori mirano ad una spiegazione causale delle correlazioni EPR, attraverso l'utilizzo di particolari cause comuni reichenbachiane. Questi progetti, ad ogni modo, non sono ancora riesciti nel loro intento principale: evitare la diseguaglianza di Bell, e questa congettura è stata confermata dall'importante lavoro di Grasshoff, Portmann e Wüthrich (2005). Ad ogni modo, i risultati di questi lavori hanno mostrato una stretta dipendenza dall'utilizzo di cause comuni di tipo deterministico. Non a caso, gli studi più recenti propongono una spiegazione causale delle correlazioni EPR, supponendo cause comuni reichenbachiane non deterministiche. Tuttavia, anche questi progetti sembrano non riuscire ad evitare la derivazione di qualcosa di analogo alla diseguaglianza di Bell, che risulta essere valida sia in casi in cui le variabili nascoste siano deterministiche, sia in casi un cui esse siano stocastiche. Un esempio di tali derivazioni si deve a Portmann e Wüthrich (2007), che propongono un risultato per certi versi analogo a quello già derivato nel 1974 da Clauser e Horne.

Ciò che emerge chiaramente dagli studi più recenti è il fallimento nel tentativo di fornire una spiegazione causale locale per le correlazioni EPR che si serva del modello di causa comune di Reichenbach e l'esistenza di un'intrinseca difficoltà nello spiegare causalmente alcuni fenomeni che si verificano in Meccanica Quantistica. Questo fatto ci pone di fronte ad importanti questioni filosofiche: è la causalità un concetto tutto antropologico relegabile solo al nostro macroscopico campo di azione? Possiamo parlare di realismo causale per quanto concerne i fenomeni quantistici? E ancora: è la causalità uno strumento indispensabile per la Scienza? Siamo costretti realmente a scegliere tra possibilità di una spiegazione causale e Meccanica Quantistica?

L'obiettivo principale del presente lavoro consiste nell'avvalorare la tesi secondo cui è ancora possibile una spiegazione causale per le correlazioni EPR, una spiegazione che si serva di un modello causale differente dal modello di *conjunctive forks* di Reichenbach. In particolare, si sostiene che una tale spiegazione sia indeterministica e che essa si serva di un assunto fondamentale che emerge dai lavori di Wesley Salmon e dai lavori di Nancy Cartwright: la condizione di *screening-off*, punto cardine del modello Reichenbachiano, appare essere una condizione troppo forte per contesti indeterministici.

La presente tesi propone una spiegazione causale non-deterministica delle correlazioni EPR, attraverso l'utilizzo del modello di *general forks* di Nancy Cartwright, e lascia aperta pertanto la possibilità di una non-derivazione della diseguaglianza di Bell.

Il primo capitolo della tesi fornisce un visione generale sulle problematiche filosofiche sollevate dalla nozione di causalità e dai mutamenti che questa nozione ha subito con l'avvento delle scienze contemporanee e il vertiginoso sviluppo dell'utilizzo del concetto di probabilità, mostrando quanto il concetto di causalità sia ancora un concetto controverso e strettamente legato a quello di determinismo.

Il secondo capitolo analizza nel dettaglio l'esperimento di EPR, focalizzando l'attenzione dapprima sulla versione originale di quest'ultimo e in un secondo momento sulla versione che David Bohm ha fornito dell'esperimento. La parte centrale del capitolo è dedicata ad un'attenta analisi di quelle che sono le due condizioni fondamentali nella derivazione della diseguaglianza di Bell: Fattorizzabilità e Separabilità.

Nel terzo capitolo, analizzo dapprima il Principio di Causa Comune di Reichenbach. Particolare rilievo è data a quella condizione reichenbachiana meglio nota come *screening-off*. L'ultima parte del capitolo è interamente dedicata alla nota derivazione che Bastian van Fraassen (1982) propone della diseguaglianza di Bell, che identifica le variabili nascoste come cause comuni alla Reichenbach e che prospetta pertanto delle pesanti implicazioni sulla validità universale del principio reichenbachiano di causa comune e sull'applicabilità di quest'ultimo agli esperimenti di tipo EPR.

Il Capitolo 4 discute la conclusione anti-causale di van Fraaassen, mostrando alcune alternative spiegazioni causali per le correlazioni quantistiche, tra cui, ad esempio, i modelli di causazione diretta e i modelli olistici. Una particolare attenzione è riservata alle *separate-common causes* introdotte dal Gruppo di Budapest. Parte del capitolo è anche dedicata ai cosiddetti "modelli cospirativi" e in particolare ai modelli "cospirativi retrocausativi", in cui la componente temporale assume una notevole importanza per un possibile completamento causale delle correlazioni quantistiche.

Nel quinto capitolo descrivo il modello di *interactive forks* di Wesley Salmon e il modello di *general forks* di Nancy Cartwright, mettendo in luce ciò che maggiormente li caratterizza, ossia la violazione della condizione Reichenbachiana di *screening-off* per contesti non-deterministici.

È stata riservata la trattazione della parte più originale di questo lavoro al sesto capitolo. In quest'ultimo capitolo si mostra la necessità di postulare che le ipotetiche cause comuni, proposte allo scopo di spiegare causalmente le correlazioni EPR, agiscano in maniera indeterministica se considerate alla stregua di un'unica *common-common cause* comune a tutte le correlazioni quantistiche. Si mostra pertanto anche la necessità di utilizzare in questi casi un modello causale di *non screening-off*. Inoltre, assumendo contesti non deterministici, si mostra la necessità di utilizzare un siffatto modello causale anche per *common-common causes* e si propone l'utilizzo di un modello causale analogo per ipotetiche non-deterministiche *separate-common causes*.

L'utilizzo di un modello non reichenbachiano di causa comune prevede la possibilità di una non-derivazione della diseguaglianza di Bell e pertanto la possibilità di spiegare causalmente e localmente le correlazioni EPR. Tra gli unici due modelli di *non-screening off* candidati a fornire una spiegazione causale agli esperimenti di tipo EPR, ossia tra il modello di *general forks* di Nancy Cartwright e il modello di *interactive forks* di Wesley Salmon, il modello di Cartwright è considerato il più adatto. Il presente lavoro rafforza, pertanto, l'ipotesi della stessa Cartwright, che in linea generale, ossia senza riferimento alla distinzione tra *separate-common causes* e *common-common causes*, aveva già ipotizzato l'applicabilità del modello di *general forks* alle correlazioni quantistiche.

È possibile postulare un modello causale e locale per le correlazioni EPR? È possibile salvare l'ipotesi di realismo causale anche nel campo dell'infinitamente piccolo? La presente tesi chiude con una risposta positiva a questi quesiti, proponendo il modello di *general forks* di Cartwright come miglior candidato per un'attendibile spiegazione causale locale per le correlazioni quantistiche e avvalorando, pertanto, l'ipotesi di realismo metafisico causale.

# Capitolo 1

# La struttura causale della natura e il realismo metafisico

Esistono tre posizioni fondamentali sulla nozione di causalità. Si può argomentare che la nozione di causalità ha solo uno scopo euristico e che pertanto questo concetto dovrebbe essere eliminato dal discorso scientifico. Questa è ad esempio la posizione di Bertrand Russell, il quale ha sostenuto che la scienza fa (o dovrebbe fare) appello a relazioni funzionali piuttosto che a leggi causali[1]:

> The law of causality, I believe, like much that passes muster among philosophers, is a relic of a bygone age, surviving, like the monarchy, only because it is erroneously supposed to do no harm.[2]

Diversamente si può argomentare che la causalità è una caratteristica fondamentale della natura e dovrebbe essere trattata come una nozione scientifica primitiva. In alternativa a queste due ipotesi, si può sostenere che le relazioni causali possono essere ridotte ad altri concetti non implicanti le nozioni casuali stesse. Quest'ultima posizione è dominante nella letteratura filosofica e fa principalmente

[1] B. Russell, "On the Notion of Cause", in *Proceedings of the Aristotelian Society*, 13 (1913), pp. 1-26. Si precisa che Russell modificò la sua posizione successivamente, diventando più tollerante rispetto alla nozione di causalità.

[2] *Ivi*, p. 1.

riferimento a quattro differenti interpretazioni: meccanica, probabilistica, controfattuale e manipolativa. Tutte le tre alternative qua sintetizzate rispondono alla seguente domanda ontologica: Cosa sono le relazioni causali? Sono le relazioni causali una caratteristica del mondo o riguardano la nostra conoscenza di quest'ultimo?

## 1.1 Spiegazione causale e realismo causale

Le numerose difficoltà nella possibilità di fornire una spiegazione causale per alcuni fenomeni oggetto della microfisica contemporanea, come ad esempio quelli noti con il nome di correlazioni quantistiche, hanno fatto spesso supporre che la natura non avesse una struttura causale, portando alla negazione del cosiddetto realismo metafisico. Questo ha inoltre avvalorato la tesi secondo cui la causalità sarebbe un concetto in qualche modo antropologico, ovviamente non nel senso banale del termine ma nel senso secondo cui la causalità sarebbe strettamente legata al concetto totalmente umano di 'azione'. In qualche misura, sarebbe stata pertanto avvalorata la teoria azionistica della causa.

La teoria azionistica della causa risale agli anni Novanta, quando Peter Menzies e Huw Price hanno elaborato una versione della concezione manipolativa della causa, battezzandola '*agency theory*'. Così i due autori sintetizzavano la tesi centrale della teoria:

> An event $A$ is a cause of a distinct event $B$ just in case bringing about the occurrence of $A$ would be an effective means by which a free agent could bring about the occurrence of $B$.[3]

I nostri concetti causali avrebbero origine dalla nostra esperienza di agenti nel mondo che ci circonda. Precisamente, secondo Menzies e Price la causalità è trattata alla stregua di una relazione tra l'agente, ossia l'uomo che agisce sul mondo, e il mondo stesso.

Ora, sebbene i due autori abbiano voluto mantenere una posizione neutrale rispetto al dibattito tra realismo e antirealismo causale, non sembra difficile leggere nella teoria azionistica una forte tendenza

[3] P. Menzies, H. Price, "Causation as a Secondary Quality", *British Journal for the Philosophy of Science*, 44 (1993), p. 187.

antirealista. Nell'idea di causa fornita dalla *agency theory* sarebbe presente una forte componente antropologica e il concetto di causa sarebbe strettamente legato ad un tentativo evolutivo della specie umana; la causalità sarebbe, infatti, uno strumento che l'uomo avrebbe sviluppato unicamente per sopravvivere nel mondo macroscopico che lo circonda.

Chiaramente, se la teoria azionistica della causa fosse vera, che senso avrebbe parlare di causalità in un ambito dove non ha neppure senso parlare di un ipotetico agire umano, cioè nell'ambito microscopico? Se la causalità è un concetto legato all'azione umana, dove l'uomo non può agire non c'è neppure causalità.

Contrariamente, la possibilità di una spiegazione causale per alcuni fenomeni della fisica quantistica, potrebbe in qualche misura smentire la teoria azionistica della causa dando nuova linfa vitale al realismo metafisico causale.

Lo scopo principale del presente lavoro consisterebbe proprio nell'avvalorare la tesi secondo cui sarebbe possibile una spiegazione causale di alcuni fenomeni quantistici, noti con il nome di correlazioni EPR, rafforzando così l'ipotesi di realismo causale.

## 1.2 Causalità e spiegazione scientifica

Differenti nozioni di causalità conducono a differenti opinioni riguardo all'importanza che questo concetto riveste nella Scienza. Nella maggior parte dei casi, infatti, la nozione di causa occorre in stretta associazione con l'idea di spiegazione: spiegare determinati fenomeni equivale ad individuarne le cause:

> **[184a10]**Poiché in ogni ricerca vi sono principi, cause o elementi, e il conoscere e il sapere consistono nella conoscenza di questi - noi diciamo infatti di conoscere una cosa, solo allorché possediamo la conoscenza delle cause prime e dei principi primi, fino agli elementi semplici -, è allora evidente che, anche in relazione alla scienza che ha per oggetto la natura, si deve innanzitutto cercare di determinare quanto ha riferimento con i principi.[4]

Contrariamente, secondo il pensiero del primo Russell, la causalità appare essere per la Scienza un concetto estremamente dannoso, un retaggio della Metafisica. L'idea russelliana comporta, infatti, non

[4]ARISTOTELE, *Fisica*, a cura di L. Ruggiu, Milano, Mimesis, 2008, Libro I, 184a 10-16.

solo la negazione del realismo causale, ma anche una concezione altamente negativa della nozione di "causa". Tuttavia, l'idea secondo cui le scienze facciano a meno della nozione di causa sembra essere oggi smentita:

> Le riflessioni teoriche sulla causalità, sul suo significato e il suo ruolo all'interno della conoscenza scientifica non sono certo mai state prerogativa esclusiva della filosofia. Gli scienziati sono ampiamente interessati al *perché* dei fenomeni e alle relazioni causali quali strumenti di comprensione e classificazione dei fenomeni. Ampi dibattiti sull'individuazione dei nessi causali hanno avuto luogo, e sono tutt'ora in corso, in discipline quali l'econometria, la statistica, la medicina (in particolare l'epidemiologia), il diritto e l'intelligenza artificiale [...]. Una tradizione duratura hanno anche le riflessioni sulla causalità sviluppate in rapporto alla storia, all'antropologia e, soprattutto, alla fisica.[5]

L'idea che la spiegazione scientifica sia strettamente legata alla ricerca delle relazioni causali è stata ampiamente ripresa nel 1984 da Wensley Salmon in *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*[6]:

> There are several items of knowledge, essential to explanation but not indispensable to prediction [...]. Second, as we shall see, *causal processes* play a crucial role in explanation. We shall discuss the importance of distinguishing causal processes from pseudo-processes.[7]

Secondo tale concezione si suppone, non solo che la natura abbia una struttura ontica causale, ma che la conoscenza dei meccanismi causali sia indispensabile per la comprensione scientifica di una teoria. Vediamo ancora cosa dice al riguardo Salmon:

> A detailed knowledge of the mechanism may not be required for successful prediction; it is indispensable to the attainment of genuine scientific understanding.[8]

[5]R. Campaner, *La Causalità tra Filosofia e Scienza*, Bologna, Archetipolibri, 2007, p. 6.
[6]W. Salmon, *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press, 1984.
[7]*Ivi*, p. 132.
[8]*Ivi*, p. 133.

La posizione di Salmon è differente da quella prospettata dal *constructive empiricism* di Bas van Fraassen[9]:

> [...] The difficulties for the ideal of the causal order arise at the level of the observable phenomena, and are independent of the intelligibility of the theory.[10]

Van Frassen, pertanto, pur non negando il realismo causale, non ritiene che la conoscenza dei nessi causali sia indispensabile per rendere scientifica una teoria. Infatti la Meccanica Quantistica è per van Fraassen una teoria altamente predittiva e quindi scientifica, a dispetto del fatto che è ancora in dubbio se essa possa fornire una spiegazione causale dei fenomeni che descrive.

Tuttavia, come già accennato, oggi si fa sempre più strada l'idea secondo cui sarebbe indispensabile che una buona teoria scientifica riesca a fornire una spiegazione dei meccanismi causali che soggiacciono ai fenomeni che essa ambisce a descrivere.

Pertanto la visione, in qualche modo strumentale, di van Fraassen non ha avuto la meglio all'interno della comunità scientifico-filosofica, dove la causalità si è fortemente affermata come tema fondamentale:

> [...] è un atteggiamento caratteristico delle scienza ricercare simili leggi causali e considerare insoddisfacente la spiegazione di un fenomeno fintantoché non si sia in grado di fornire una spiegazione causale.[11]

## 1.3 Causalità e determinismo

Il concetto di causa è sempre stato legato al concetto di determinismo: la causa determina *necessariamente* l'effetto. Quest'idea di causa è strettamente legata al modello meccanicistico della natura proposto dalla fisica classica.

La crisi del paradigma meccanicistico, dovuta agli sviluppi della fisica del Novecento, ha portato alla diminuzione di interesse anche per

[9]B. van Fraassen, *The Scientific Image*, Oxford, Clarendon Press, 1980.

[10]B. van Fraassen, "Salmon on Explanation", *The Journal of Philosophy*, 82, 11 (1985), p. 651.

[11]P. Suppes, *La Logica del Probabile*, tr. it., Bologna, CLUEB, 1984 [1981], p. 120.

la nozione deterministica di causa. Abbandonata l'idea di connessione necessaria tra causa ed effetto, ha preso piede, a partire dagli anni Cinquanta, l'idea secondo cui è possibile avere un concetto non deterministico di causa. Secondo tale concezione la causa determinerebbe l'effetto, ma solo in senso probabilistico.

Ora assume notevole importanza la seguente questione: che significato ha tale probabilità?

Vediamo al riguardo le parole illustri di Judea Pearl:

> Ten years ago, when I began working on *Probabilistic Reasoning in Intelligent System* (1988), I was working within the empiricist tradition. In this tradition, probabilistic relationships constitute the foundations of human knowledge, whereas causality simply provides useful ways of abbreviating and organizing intricate patterns of probabilistic relationships. I now take causal relationships to be the fundamental buildings blocks both of physical reality and of human understanding of that reality, and I regard probabilistic relationships as (but) the surface phenomena of causal machinery that underlies and propels our understanding of the world.[12]

La posizione di Judea Pearl appare chiara: la probabilità riguarda il nostro modo di conoscere il mondo, la causalità riguarda la struttura profonda del mondo. In termini più tecnici, si potrebbe dire che, secondo Pearl, la probabilità è epistemica, mentre la causalità sarebbe ontica, ossia un ente reale e non mentale del nostro mondo. Per Pearl la causalità sarebbe indipendente dalla nostra mente.

All'interno di questa concezione, la probabilità assume un significato puramente mentale: la causalità probabilistica, pertanto, svanisce ogni volta che abbiamo una descrizione completa della realtà.

Così, insieme a Judea Pearl, possiamo dire:

> [...] Causal relationships are more "stable" than probabilistic relationships. We expect such difference in stability because causal relationships are *ontological*, describing objective physical constraints in our world, whereas probabilistic relationships are *epistemic*, reflecting what we know or believe about the world. Therefore, causal relationships should remain unaltered as long as no change has taken place in the environment, even when our knowledge about the environment undergoes changes.[13]

[12] J. Pearl, *Causality: models, reasoning, and inference*, Cambridge, Cambridge University Press, 2000, pp. xiii-xiv.

[13] *Ivi*, p. 25.

Non a caso Pearl abbraccia una concezione probabilistica della causalità a livello epistemico, ma una concezione assolutamente deterministica della causalità a livello ontico:

> Causal relationships are expressed in form of deterministic, *functional* equations, and probabilities are introduced through the assumption that certain variables in the equations are unobserved. This reflects Laplace's (1814) conception of natural phenomena, according to which nature's law are deterministic and randomness surface owing merely to our ignorance of the underlying boundary conditions.[14]

In conclusione, secondo tale concezione, non esiste una causalità probabilistica a livello ontico. L'idea di *indeterminismo* entra nella concezione della causalità, ma solo a livello epistemico.

### 1.3.1 La rilevanza statistica delle cause sugli effetti

Come abbiamo potuto osservare precedentemente, esiste un stretto rapporto tra probabilità e causalità. Ma in che cosa consiste esattamente questo rapporto? La risposta a questo quesito è alquanto controversa.

Ritengo sia interessante al riguardo vedere la definizioni che Patrick Suppes dà di causa *prima facie*, causa spuria e causa genuina, poiché da queste definizioni emerge un'idea di rapporto tra causalità e probabilità che è forse quella più diffusa nella letteratura contemporanea.

**Prima definizione di causa *prima facie***: *l'evento B è una causa prima facie dell'evento A se e solo se (i) B occorre prima di A, (ii) la probabilità condizionale dell'occorrenza A rispetto all'occorrenza di B è maggiore della probabilità non condizionale dell'occorrenza di A*[15].

In sostanza, oltre al fatto che B debba occorrere prima di A, deve valere anche la seguente diseguaglianza:

[14] *Ivi*, p. 26.

[15] P. Suppes, *La Logica del Probabile*, tr. it., Bologna, CLUEB, 1984 [1981], pp. 121-122.

$$P(A/B) > P(A) \tag{1.1}$$

Ad ogni modo, l'idea secondo cui la causa incrementi positivamente la probabilità dell'effetto è piuttosto controversa e non esiste consenso circa il fatto che quest'idea rappresenti un ingrediente necessario della causalità[16].

Tuttavia, la concezione di Suppes è in accordo con quanto sostenuto dalla teoria della dipendenza causale controfattuale di Lewis[17], in particolare dalla versione probabilistica della teoria[18], secondo cui un evento $A$ dipenderebbe causalmente da un evento $C$ se entrambi gli eventi si verificano e se la probabilità di $A$ fosse molto più alta di quanto lo sarebbe stata se $C$ non si fosse verificato. In parole più semplici possiamo dire che $A$ dipende causalmente da $C$ se la probabilità che $A$ si verifichi dato l'evento $C$ è molto più alta della probabilità che $B$ si verifichi senza l'occorrenza di $C$.

Accanto a questa definizione più generale Suppes pone una definizione più precisa di causa *prima facie*[19]:

**Seconda definizione di causa *prima facie***: la proprietà $Y_{t'}$ è una causa quadrante prima facie della proprietà $X_t$ se e solo se

(i) $t^{'} < t$,

(ii) Per tutti gli x e gli y, se $P(Y_{t'} \geq y) > 0$, allora
$P(X_t \geq x/Y_{t'} \geq y) \geq P(X_t \geq x)$.

Dove (ii) può essere riscritto come:

$P(X_t \geq x, Y_{t'} \geq y) \geq P(X_t \geq x)P(Y_{t'} \geq y)$[20].

Inoltre può essere dimostrato il seguente teorema:

**Teorema**: *Se $Y_{t'}$ è una causa quadrante prima facie di $X_t$ e se le varianze $Y_{t'}$ esistono al pari della loro covarianza, e se nessuna delle varianze è nulla, allora la correlazione di $X_t$ e $Y_{t'}$ è non negativa*[21].

In tal caso $Y_{t'}$ è causa genuina di $X_t$.

Ma veniamo ora alla definizione di causa quadrante spuria.

[16] Al riguardo si veda, ad esempio, quanto sostenuto da Wesley Salmon in "Probabilistic Causality", *Pacific Philosophical Quarterly*, 61 (1980), pp. 50-74.

[17] D. Lewis, "Causation", *Journal of Philosophy*, 70 (1973), pp. 556-567.

[18] D. Lewis, "Postscripts to 'Causation"', in D. Lewis, *Philosophical Papers*, vol. 2, Oxford, Oxford University Press, 1986.

[19] Si noti che nella seconda definizione Suppes non fa più riferimento ad eventi, ma piuttosto a proprietà.

[20] P. Suppes, *La Logica del Probabile*, tr. it., Bologna, CLUEB, 1984 [1981], p. 123.

[21] *Ibidem.*

**Definizione di causa quadrante spuria**: una proprietà $Y_{t'}$ è una causa quadrante spuria di $X_t$ se e solo se esiste un $t'' < t'$ e una proprietà $Z_{t''}$ tale che

(i) $Y_{t'}$ è una causa quadrante prima facie di $X_t$
(ii) Per tutti gli x, y e z, se $P(Y_{t'} \geq y, Z_{t''} \geq z) > 0$, allora $P(X_t \geq x / Y_{t'} \geq y, Z_{t''} \geq z) = P(X_t \geq x / Z_{t''} \geq z)$[22].

In sostanza si potrebbe dire che due variabili causali sono in correlazione spuria se si può mostrare che la loro correlazione scompare quando viene introdotta e mantenuta costante una terza variabile.

Come già detto, la teoria di Suppes rappresenta solo uno dei numerosi tentativi di mostrare che tipo di rapporto esista tra relazioni statistiche e relazioni causali, ma certamente esso è uno dei tentativi più illustri e ancora oggi più accreditati.

### 1.3.2 Causalità probabilistica e cause totali

Una delle questioni più importanti che ha animato e anima tuttora il dibattito sulla causalità probabilistica è la seguente: esiste la probabilità oggettiva? Cito a tale proposito un passo tratto dall'edizione italiana della *Logique du Probable* che Patrick Suppes ha pubblicato nel 1981:

> Vengo ora a una delle più importanti ed irritanti questioni nell'approccio bayesiano classico: si tratta di sapere se, quando apprendiamo dall'esperienza, la nostra opinione debba necessariamente convergere verso la certezza quando l'informazione è *completa*[23], o se si possa convergere verso una distribuzione di *probabilità oggettiva.*[24]

Ammettere la scomparsa della probabilità, data la completezza dell'informazione, significherebbe sostenere l'inesistenza della probabilità a livello fondamentale di realtà. Contrariamente, ammettere una convergenza verso una distribuzione di probabilità oggettiva significherebbe sostenere la probabilità come un concetto ontico.

[22] *Ivi*, p. 124.
[23] I corsivi sono miei.
[24] P. Suppes, *La Logica del Probabile*, tr. it., Bologna, CLUEB, 1984 [1981], p. 59.

Ma che cosa si intende esattamente quando si parla di completezza dell'informazione?

Secondo Peter Spirtes, Clark Glymour e Richard Scheines la completezza altro non sarebbe che la conoscenza di tutte le cause, o meglio con-cause, di un determinato fenomeno[25].

Appare evidente il legame tra probabilità e causalità: se sono note tutte le cause possiamo prevedere con certezza l'effetto che esse producono, poiché esiste un nesso necessario tra la causa e l'effetto. All'interno di questa concezione la probabilità scompare data la completezza dell'informazione. Non è ammissibile, pertanto, una concezione probabilistica della causalità a livello ontico.

Non a caso, secondo buona parte della letteratura contemporanea, la causalità probabilistica sarebbe accettata solo a livello epistemico e l'ammissione della nozione ontica di probabilità determinerebbe, pertanto, un'inevitabile scomparsa del concetto di causalità a livello fondamentale di realtà. La probabilità dovrebbe pertanto trasformarsi in certezza una volta che si ha accesso ad una conoscenza completa della realtà, ossia una volta che si è a conoscenza di tutti i fattori causali (o variabili latenti) che determinano un preciso evento.

Tuttavia, la Meccanica Quantistica non sembra poter fornire spiegazioni causali deterministiche anche dopo una conoscenza della *totalità* dei fattori coinvolti in un dato fenomeno. Vediamo al riguardo quanto detto da Judea Pearl:

> Only quantum-mechanical phenomena exhibit associations that cannot be attributed to latent variables, and it would be considered a scientific miracle if anyone were to discover such associations in the macroscopic world.[26]

Ad ogni modo, è importante ricordare che Pearl ritiene il caso dei fenomeni quantistici un caso assolutamente marginale, per lo più da relegare unicamente all'ambito microscopico.

Pearl appare perfettamente in linea con tutti coloro che sostengono l'inesistenza della causalità probabilistica a livello ontico della realtà: data la conoscenza della totalità delle cause la probabilità è inesistente. Causalità e probabilità insieme producono un ossimoro.

[25]P. Spirtes, C. Glymour, R. Scheines, *Causation, Prediction, and Search*, Cambridge MA, MITT Press, 1993.

[26]J. Pearl, *Causality: models, reasoning, and inference*, Cambridge, Cambridge University Press, 2000, p. 62.

## 1.4 Indeterminismo epistemico e indeterminismo ontico

Come abbiamo visto, secondo Pearl e secondo gran parte della letteratura contemporanea che si occupa del rapporto tra causalità e probabilità, la causalità probabilistica sarebbe un concetto esclusivamente mentale, ossia riguarderebbe la nostra conoscenza del mondo. Al contrario, la realtà sarebbe causalmente deterministica. Il concetto di probabilità viene mantenuto a livello epistemico, ma perde totalmente il suo significato a livello ontico.

Al riguardo è importante sottolineare che secondo l'interpretazione ortodossa della Meccanica Quantistica[27], la probabilità sarebbe inevitabile anche a livello ontico. Quest'idea aprirebbe la strada alla concezione secondo cui anche la causalità sarebbe, in ambito quantistico, di tipo probabilistico e indeterministico anche a livello fondamentale di realtà e non sarebbe, pertanto, relegata unicamente al livello epistemico.

Vediamo ancora una volta cosa dice al riguardo Pearl:

> [...] The Laplacian conception is more in tune with human intuition. The few esoteric quantum mechanical experiments that conflict with the prediction of the Laplacian conception evoke surprise and disbelief, and they demand that physicists give up deeply entrenched intuitions about locality and causality. Our objective is to preserve, explicate, and satisfy - not destroy - those intuitions.[28]

In questo passo è chiara l'intenzione di Pearl di salvare un'idea deterministica di causalità a livello ontico.

Inoltre, secondo la maggior parte di coloro che ritengono la probabilità in Meccanica Quantistica una caratteristica del mondo a livello fondamentale,la causalità non sarebbe più sostenibile, e questo perché essa continua sempre ad essere legata, a livello ontico, al determinismo stretto. Insomma, causalità e probabilità continuano ad essere fra loro incompatibili[29].

---

[27]Si sta parlando dell'interpretazione nota con il nome di *interpretazione di Copenhagen.*

[28]J. Pearl, *Causality: models, reasoning, and inference*, Cambridge, Cambridge University Press, 2000, p. 26.

[29]Alquanto singolare è certamente la concezione di Bruno de Finetti, che nella prefazione all'edizione inglese (1974) della *Teoria della Probabilità* (1970)[30], pone

Ad ogni modo, perché non immaginare una causalità probabilistica (indeterministica) anche a livello ontico? Uno degli obiettivi principali del presente lavoro consiste proprio nel rafforzare l'idea secondo cui non esista alcuna incompatibilità tra spiegazione causale e probabilità ontica e che, anche all'interno di una teoria fondamentalmente indeterministica come la Meccanica Quantistica, sia possibile salvare il Principio di Causalità, rafforzando pertanto anche l'ipotesi di realismo causale.

all'inizio il seguente moto: "Probability does not exist", volendo con questo definire la probabilità come un concetto puramente epistemico. Tuttavia, de Finetti arriva a definire anche la causalità come un concetto epistemico: "The concept of cause is only subjective, and it depends essentially on the concept of probability"(*Probabilismo*, 1931)[31]. Pertanto, in de Finetti, sia la probabilità che la causalità sono due concetti mentali.

# Capitolo 2

# Le correlazioni quantistiche e la diseguaglianza di Bell

Un problema essenziale che da quasi un secolo affligge la comunità scientifica ha principalmente a che fare con l'interpretazione del formalismo matematico della Teoria Quantistica. Albert Einstein affermava:

> Riguardo al formalismo matematico della teoria non esiste alcun dubbio, ma molti ce ne sono sull'interpretazione fisica delle sue asserzioni.[1]

Interpretare qui significa cercare di comprendere che cosa ci dicono le teorie fisiche intorno al mondo. Oltre alla predizione dei fenomeni il compito di una teoria fisica, visto da un punto di vista filosofico, è duplice:

1. capire come è fatto il mondo interpretando il formalismo, cioè domandarsi che cosa esiste e quali siano le proprietà di ciò che esiste;

2. cercare di capire come questa ontologia si rapporti alla nostra esperienza del mondo: l'ontologia non può avere conseguenze che contraddicono l'esperienza.

[1] A. Einstein, "Considerazioni elementari sull'interpretazione dei fondamenti della meccanica quantistica", tr. it., in S. Antoci, *Quando la fisica parlava tedesco: alcune memorie di un'epoca*, Roma, Istituto Nazionale di Alta Matematica, 2002, p. 252.

Una teoria non è, dunque, un insieme di "ricette" per collegare logicamente tra loro dei fatti sperimentali, ma aspira ad essere il racconto ragionevolmente fedele della realtà fisica e delle sue caratteristiche.

La Meccanica Quantistica ha aggiunto principalmente i due seguenti problemi riguardo all'interpretazione della realtà: 'possiamo violare le relazioni di indeterminazione introdotte da Heisenberg?', 'ha il mondo quantistico una struttura causale?'.

Come vedremo in seguito, questi due problemi sono strettamente connessi tra loro e hanno certamente entrambi a che fare con il realismo metafisico della Teoria Quantistica.

In questo capitolo, dopo aver fatto un preambolo sul formalismo, analizzerò brevemente il primo tra i due problemi interpretativi sopra enunciati, per passare poi al secondo dei due.

Il presente capitolo si chiuderà, dopo una dettagliata descrizione delle correlazioni EPR, con un'analisi del noto teorema proposto da John Bell nel 1964 e noto come *diseguaglianza di Bell*. Come vedremo, questo teorema ha portato la comunità scientifica e filosofica ad una profonda revisione del nostro concetto di causazione.

## 2.1 Breve cenno al formalismo della Meccanica Quantistica

Potrebbe essere più semplice iniziare dapprima analizzando il caso della Meccanica Classica.

I sistemi classici presentano due tipi di grandezze. Da una parte ci sono grandezze (come la massa) che rimangono inalterate tanto a lungo quanto gli stessi sistemi esistono. D'altra parte, ci sono grandezze associate a qualità chiamate variabili dinamiche (come l'energia, la posizione, il momento lineare, il momento angolare), che variano col variare del parametro temporale. Le variabili dinamiche di un sistema sono considerate all'interno di una struttura matematica astratta definita *spazio delle fasi*. Lo spazio delle fasi per una particella singola è composto da sei dimensioni, tre componenti per la posizione e tre componenti per il momento lineare, e ogni punto dello spazio rappresenta il valore della posizione e del momento della particella ad un preciso istante t. Lo spazio delle fasi per un sistema composto da N particelle avrà 6N-dimensioni e ogni punto dello spazio rappresenterà il valore della posizione e del momento di ogni particella componente. In Meccanica Classica, l'istantaneo stato dinamico di un sistema (semplice o composto) è dato dall'assegnazione di un valore preciso ad ogni variabile dinamica di ogni componente del sistema, cioè dall'assegnazione ad ogni variabile dinamica di un punto preciso nello spazio delle fasi.

Le cose vanno in modo alquanto differente per quanto riguarda la Meccanica Quantistica. Prima di procedere ad una dettagliata descrizione del formalismo della Teoria dei Quanti, potrebbe essere opportuna la presentazione del seguente esperimento reale, noto come *esperimento di Stern-Gerlach*[2].

Nel lontano 1921, Otto Stern e Walther Gerlach fecero il primo di una serie di esperimenti sulle proprietà magnetiche di diversi atomi. Vaporizzarono l'argento in un forno per vernici e lasciarono uscire alcuni atomi, facendoli collimare dentro uno stretto raggio (fascio di luce), per mezzo di un diaframma. Il raggio passava tra i poli di un tipo particolare di magnete e, un po' più distante, andava a sbattere su una lastra di vetro. La traccia che gli atomi lasciavano sulla lastra mostrava che essi erano stati deviati quando attraversavano il campo magnetico e che il raggio era stato diviso in due metà: una metà era deviata in giù, l'altra in su. Vediamo la figura sottostante.

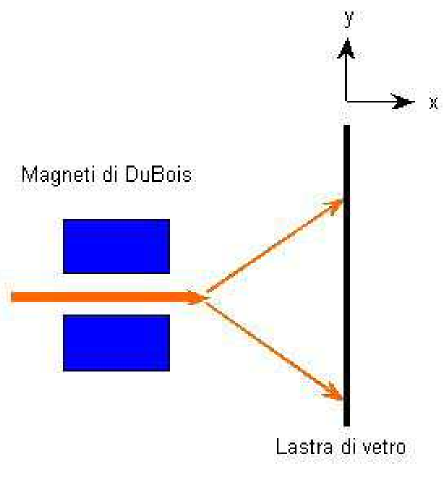


Figura 2.1: Esperimento di Stern-Gerlach

[2]Si precisa che per la presentazione dell'esperimento si segue principalmente la trattazione dello stesso in R.I.G. Huges (1989).

Come veniva spiegato questo semplice risultato?

Chiaramente un'interazione tra gli atomi e il campo magnetico era responsabile del loro comportamento. Questo significava che ciascun atomo agiva come un minuscolo magnete (o, più formalmente, ciascun atomo aveva un momento magnetico) e che la divisione del raggio in due parti era dovuta ad una non-uniformità del campo magnetico. I magneti di DuBois usati nell'esperimento servivano a fornire un campo magnetico molto intenso nella zona attraversata dal fascio di atomi e un campo magnetico meno intenso altrove.

La spiegazione è approssimativamente questa. Ciascun elettrone in un atomo possiede un intrinseco momento angolare, noto come *spin*, il quale dà origine al momento magnetico. Una componente dello spin in ciascuna direzione (x, y, z) ha uno dei due seguenti possibili valori: $+\frac{1}{2}\hbar$ o $-\frac{1}{2}\hbar$; per cui noi parliamo, in riferimento agli elettroni, di *particelle di spin* $\frac{1}{2}$. (La costante $\hbar$ è ciò che è noto come *quanto d'azione*, l'onnipresente costante della teoria quantistica, nota come *costante di Planck*).

Un atomo di argento contiene 47 elettroni; 46 di questi sono disposti in coppia, con il risultato che l'effetto del loro spin è cancellato e l'effetto osservato è dovuto unicamente all'unico elettrone spaiato.

Nell'esperimento mostrato nella figura precedente, ciò che viene misurato è esattamente il momento magnetico dovuto alla componente verticale di spin dell'unico elettrone spaiato presente in ciascun atomo di argento: un valore positivo di questa componente (spin-up) significa che l'atomo di argento percorrerà la parte superiore del raggio, mentre un valore negativo (spin-down) significa che l'atomo d'argento percorrerà la parte inferiore del raggio.

Da ciò possiamo inferire che, quando gli atomi (elettroni)[3] entravano nel campo magnetico dell'apparato, metà di essi aveva spin positivo e l'altra metà aveva spin negativo e che l'apparato di misura ha solo constatato questo fatto separando gli atomi in due fasci differenti.

Ponendo accanto al primo un secondo magnete volto a verificare nuovamente la componente verticale di spin dei nostri atomi di argento aventi spin positivo, notiamo che non si ottiene nessuna ulteriore divisione del raggio. Il nostri atomi di argento hanno chiaramente una componente verticale di spin con valore positivo.

Supponiamo ora di voler misurare la componente orizzontale di spin del fascio di atomi proiettati nella parte alta della nostra lastra di vetro. Per fare ciò è sufficiente collocare un secondo magnete ac-

[3]In questo caso non appare problematico parlare degli atomi nella loro interezza oppure parlare dei loro elettroni spaiati.

canto al primo, ruotato di 90° rispetto a quest'ultimo. Il raggio di spin-up, entrante nel nuovo apparato, sarà diviso in due componenti orizzontali: spin-left e spin-right.

Fin qui non sembrano esserci problemi: metà degli atomi che hanno componente verticale di spin positiva, ha valore spin-left per la componente orizzontale di spin e l'altra metà ha valore spin-right per la stessa componente di spin.

Aggiungendo un terzo apparato, orizzontale o verticale, ci si aspetterebbe l'assenza di un'ulteriore divisione di ognuno dei due raggio di spin.

Sfortunatamente le cose non appaiono così semplici, in particolare quando aggiungiamo al secondo magnete un nuovo magnete per misurare ancora una volta la componente verticale di spin, ad esempio del fascio di spin-right. In tal caso otteniamo che il fascio di atomi, che prima era andato a finire sulla parte alta della nostra lastra di vetro, si divide ulteriormente in due differenti fasci verticali: spin-up e spin-down.

La proprietà di spin-up, che avevamo assegnato al primo fascio di atomi, sembra ora svanire nel nulla. La misurazione che abbiamo effettuato successivamente circa la componente orizzontale dello spin, sembra in qualche modo aver "cancellato" la proprietà di spin-up precedentemente misurata sugli atomi, cosi che lo stato spin-right ora viene rappresentato come la sovrapposizione di due stati differenti di spin in direzione verticale: spin-up e spin-down.

Possiamo forse assumere che esistono proprietà incompatibili, che non possono essere misurate contemporaneamente, come la componente verticale e la componente orizzontale di spin, come se possedere una certa proprietà negasse la possibilità di possederne un'altra?

Chiaramente l'esperimento di Stern-Gerlach è altamente significativo per i problemi interpretativi che esso comporta.

Questo comportamento insolito delle particelle appena descritto è trattato in maniera algoritmica dal formalismo della Teoria Quantistica[4]. L'algoritmo in questione è formulato all'interno di una struttura matematica nota come *spazio di Hilbert*, tale spazio è uno spazio vettoriale complesso e lo stato di un sistema quantistico è descritto dall'assegnazione a quest'ultimo di un oggetto matematico detto *vettore di stato*. Tale vettore di stato è un elemento dello spazio di Hilbert, ossia un vettore. Tutti i vettori di stato hanno lunghezza (norma) pari ad 1 e ciascuno di essi individua un particolare stato del sistema. Si assume, inoltre, che gli stati individuati dalla totalità di

[4]Si precisa che per la presentazione sintetica del formalismo quantistico si segue principalmente D. Albert (1992).

questi vettori esauriscano tutte le possibili situazioni fisiche di quello stesso sistema.

Questo si rivela un modo appropriato di rappresentare gli stati poiché in qualsiasi spazio vettoriale la somma (o la sottrazione) di due vettori qualunque è ancora un vettore del medesimo spazio. Per cui la possibilità di sovrapporre due stati formandone un terzo, ossia il caso prospettato nell'esperimento precedente, si manifesta attraverso la possibilità di sommare (o sottrarre) due vettori per ottenerne un terzo.

I vettori sono generalmente rappresentati come matrici ad una colonna e per questo sono spesso noti come *vettori colonna*. Se indichiamo un vettore nel seguente modo:

$$|A\rangle$$

Possiamo scrivere:

$$|A\rangle = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

I vettori, oltre a poter essere sommati, si possono anche moltiplicare, e ciò si può fare in due modi. Per cominciare un vettore di un certo spazio si può moltiplicare per un numero.

Il prodotto di $|A\rangle$ per un numero qualsiasi sarà anch'esso un vettore, ossia un elemento di quello stesso spazio.

Un altro modo per moltiplicare i vettori è moltiplicarli tra loro. Il prodotto di un vettore per un altro vettore è un numero, e non un vettore. $|A\rangle$ per $|B\rangle$, che si scrive $\langle A\,|B\rangle$, è, per definizione, il numero che si ottiene moltiplicando la lunghezza di $|A\rangle$ per la lunghezza di $|B\rangle$ per il coseno dell'angolo $\theta$ compreso tra $|A\rangle$ e $|B\rangle$.

Quindi le somme di vettori sono vettori, i prodotti di vettori per numeri sono vettori, e i prodotti di vettori per vettori sono numeri.

Ora abbiamo un modo elegante per definire uno spazio vettoriale: uno spazio vettoriale è un insieme di vettori tali che la somma di due elementi qualsiasi dell'insieme sia anch'essa un vettore dell'insieme, e il prodotto di un vettore dell'insieme per un qualsiasi numero (reale) sia anch'esso un vettore dell'insieme.

Ora possiamo dire che se $\langle A\,|B\rangle = 0$ (vale a dire , se l'angolo compreso tra $|A\rangle$ e $|B\rangle$ è di 90°, giacchè il coseno di 90° è pari a 0), allora si dice che $|A\rangle$ e $|B\rangle$ sono ortogonali tra loro. Dove *ortogonale* significa semplicemente *perpendicolare*.

Ecco allora una definizione di dimensione: la dimensione di uno spazio vettoriale è pari al numero massimo (denotato con $N$) di vettori $|A_1\rangle$, $|A_2\rangle$, ...., $|A_N\rangle$ che si possono scegliere in quello spazio in modo che, per tutti i valori di $i$ e di $j$ compresi tra 1 ed $N$, se $i \neq j$, allora $\langle A_i \,|A_j\rangle = 0$. In altre parole, la dimensione di uno spazio è pari al numero di direzioni mutuamente perpendicolari possibili in quello stesso spazio.

Si consideri, in uno spazio ad $N$ dimensioni, un qualunque insieme di $N$ vettori mutuamente ortogonali, e si supponga che la norma, cioè la lunghezza di ciascuno di essi risulti proprio uguale ad 1. Si dice che un tale insieme di vettori forma una *base ortonormale* di quello spazio a $N$ dimensioni. Questi insiemi di vettori si dicono basi del rispettivo spazio per il seguente motivo: supponendo che $|A_1\rangle$, $|A_2\rangle$, ...., $|A_N\rangle$ costituisca una base in un certo spazio ad $N$ dimensioni, risulta che un qualsiasi vettore di quello spazio (diciamo $|B\rangle$) può essere espresso come una somma del tipo:

$$|B\rangle = b_1 \,|A_1\rangle + b_2 \,|A_2\rangle + .... + b_N \,|A_N\rangle$$

ove $b_i$ sono semplicemente numeri, e più precisamente i seguenti numeri:

$$b_i = \langle B \,|A_i\rangle$$

Secondo la formula sopra descritta, meglio nota come *teorema spettrale di decomposizione*,un qualunque vettore in uno spazio vettoriale può essere rappresentato a partire dagli elementi di una qualsiasi base di quello spazio.

Si possono a tal punto mostrare anche le due seguenti proprietà riguardo la somma e il prodotto tra due vettori.

Dati due qualsiasi vettori di stato $|M\rangle$ e $|Q\rangle$ si dimostra che:

$$|M\rangle + |Q\rangle = (m_1 + q_1) \,|A_1\rangle + (m_2 + q_2) \,|A_2\rangle + .... + (m_N + q_N \,|A_N\rangle$$

E che:

$$\langle M \,|Q\rangle = m_1q_1 + m_2q_2 + ... + m_Nq_n$$

Finora abbiamo parlato solo dello stato fisico di un sistema quantistico e non abbiamo accennato alle proprietà misurabili di tale sistema. Queste proprietà sono più comunemente definite come *osservabili* e sono rappresentate da operatori lineari hermitiani. Risulterà pertanto necessario sapere qualcosa a proposito di queste entità matematiche.

In generale gli operatori sono meccanismi per ottenere nuovi vettori da vettori dati. Più specificamente, un operatore su uno spazio vettoriale è una prescrizione determinata per associare ad ogni vettore dello spazio vettoriale considerato un altro vettore. L'operatore è un'applicazione di uno spazio vettoriale in se stesso.

Questi operatori sono rappresentati con una matrice e nel caso bidimensionale hanno la seguente forma:

$$O = \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix}$$

Dove la lettera $O$ indica un operatore generico. Supponiamo ora che tale operatore sia applicato al vettore $|B\rangle$. Il risultato di tale procedura può essere scritto come:

$$O\,|B\rangle$$

Ciò che abbiamo appena detto può essere formalizzato nel seguente modo:

$$O\,|B\rangle = \left|B^1\right\rangle$$

Ove $|B^1\rangle$ è ancora un vettore nello spazio di $|B\rangle$.

Ci sono operatori di un tipo particolare, i quali svolgono un ruolo essenziale nell'algoritmo della Meccanica Quantistica: gli *operatori lineari hermitiani.*

Questi operatori sono operatori in uno spazio complesso $C^2$ e hanno analoghe caratteristiche con gli operatori simmetrici di uno spazio reale, in cui gli elementi della diagonale secondaria della matrice sono identici. In più gli elementi della diagonale secondaria di un operatore hermitiano sono complessi e coniugati l'uno con l'altro (ad esempio $1 - i$ e $1 + i$)[5].

Gli operatori lineari hanno le due seguenti proprietà:

$$O(|A\rangle + |B\rangle) = O\,|A\rangle + O\,|B\rangle$$

e

$$O(c\,|A\rangle) = c(O\,|A\rangle)$$

Per qualsiasi vettore $|A\rangle$ e $|B\rangle$ e per qualunque numero $c$.

Ora, per moltiplicare le matrici degli operatori per i vettori colonna vale la seguente regola:

$$\begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{11}a_1 + O_{12}a_2 \\ O_{21}a_1 + O_{22}a_2 \end{bmatrix}$$

[5] Vedi R.I.G. Hughes, *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*, Cambridge-Massachusetts, London, Harvard University Press, 1989, p. 33.

La regola stabilisce che il prodotto di una matrice per un vettore colonna è ancora un vettore colonna.

Sarà utile introdurre ancora una definizione. Se accade che, per un particolare operatore O e un particolare vettore $|B\rangle$ si verifica:

$$O\,|B\rangle = b\,|B\rangle$$

Ove $b$ è un numero; cioè se si verifica che il nuovo vettore generato applicando $O$ a $|B\rangle$ sia un vettore orientato nella stessa direzione di $|B\rangle$, allora si dice che $|B\rangle$ è un *autovettore* di $O$, con *autovalore* b (ove $b$ è il rapporto tra la lunghezza del nuovo vettore e quella di $|B\rangle$).

Generalmente, determinati vettori saranno autovettori di certi operatori e non di altri, determinati operatori avranno come autovettori certi vettori ma non altri.

Mettiamo ora alla prova quanto detto finora e costruiamo uno spazio vettoriale di spin in cui sia possibile rappresentare lo stato di *spin-up* e lo stato di *spin-down*, lungo ad esempio una generica direzione $z$.

I due stati in questione sono rappresentati rispettivamente attraverso i due vettori colonna:

$$Spin_z up = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

e

$$Spin_z down = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Si nota immediatamente che questi due vettori sono ortogonali tra loro e che pertanto $\langle spin_z up\,|spin_z down\rangle = 0$, così che i due vettori considerati costituiscono una base dello spazio bidimensionale nel quale vivono.

Quale operatore rappresenta l'osservabile $spin_z$? Gli operatori di spin sono rappresentati in Meccanica Quantistica da quelle che sono note come *matrici di Pauli.* Nel caso della nostra proprietà abbiamo la seguente matrice bidimensionale:

$$spin_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Ora andiamo a vedere se i vettori precedentemente descritti sono autovettori dell'operatore $spin_z$:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = 1 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

e

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Poiché i vettori ottenuti dal prodotto sono multipli dei vettori di partenza, allora i due vettori $|spin_z up\rangle$ e $|spin_z down\rangle$ sono autovettori dell'operatore *spin-z*, e hanno rispettivamente 1 e $-1$ come autovalori (laddove 1 indica spin parallelo rispetto all'asse z e $-1$ indica spin antiparallelo rispetto allo stesso asse).

Ma andiamo più a fondo e consideriamo il caso presentato dall'esperimento di Stern-Gerlach, dal quale emerge un'impossibilità pratica di avere contemporaneamente una misura di spin in direzione verticale e una misura di spin in direzione orizzontale. Come può essere espresso matematicamente questo fatto? Consideriamo per semplicità la direzione verticale di spin come analoga a $spin_z$ e la direzione orizzontale come analoga a $spin_x$.

Gli stati $spin_x$ up e $spin_x$ down, sono rappresentati in Meccanica Quantistica ciascuno come una sovrapposizione degli stati $spin_z up$ e $spin_z down$. Dove una sovrapposizione di stati fisici corrisponde alla somma o alla sottrazione dei rispettivi vettori di stato. Ricordiamo, inoltre, che la somma o la differenza di due vettori qualsiasi di un qualunque spazio vettoriale è necessariamente un altro vettore di quello stesso spazio.

Tutto ciò fa supporre che anche gli stati $spin_x up$ e $spin_x down$ siano rappresentabili mediante vettori in quello spazio, e che dovrebbe anche esserci un operatore di $spin_x$ su quello spazio. I vettori che rappresentano i due possibili stati dello spin in direzione x sono:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Per $spin_x up$;

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

Per $spin_x down$.

L'operatore corrispondente è il seguente:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Anche in questo caso si nota facilmente che i due vettori di $spin_x$ sono esattamente autovettori dell'operatore corrispondente, con autovalori rispettivamente di $+1$ e $-1$.

Nuovamente risulta che $\langle spin_x up \,| spin_x down\rangle = 0$, pertanto i due vettori di $spin_x$ rappresentano un'altra base dello spazio vettoriale di spin.

Considerando ora la già citata equazione:

$$|M\rangle + |Q\rangle = (m_1 + q_1)\,|A_1\rangle + (m_2 + q_2)\,|A_2\rangle + .... + (m_N + q_N\,|A_N\rangle$$

Dalla definizione dell'operatore e dei vettori di $spin_z$ e dalla definizione dell'operatore e dei vettori di $spin_x$, si derivano le seguenti sovrapposizioni di stati:

$$|spin_x up\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|spin_z up\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\,|spin_z down\rangle$$

$$|spin_x down\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|spin_z up\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\,|spin_z down\rangle$$

$$|spin_z up\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|spin_x up\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}\,|spin_x down\rangle$$

$$|spin_z down\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,|spin_x up\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}\,|spin_x down\rangle$$

Quindi, secondo il formalismo, le somme e le differenze di vettori denotano *sovrapposizioni* di stati fisici. Così gli stati definiti di $spin_x$ sono sovrapposizioni di differenti stati di $spin_z$, e gli stati definiti di $spin_z$ sono sovrapposizioni di differenti stati di $spin_x$.

Non è difficile verificare che i vettori $|spin_x up\rangle$ e $|spin_x down\rangle$ non sono autovettori dell'operatore di $spin_z$, e che i vettori $|spin_z up\rangle$ e $|spin_z down\rangle$ non sono autovettori dell'operatore di $spin_x$. In breve i due operatori di $spin_z$ e $spin_x$ hanno due basi ortonormali distinte e formate da vettori differenti, da cui consegue un'incompatibilità delle due osservabili in questione (cioè spin in direzione z e spin in direzione x).

Incompatibilità che, nel caso degli operatori di spin, può essere formalizzata utilizzando il commutatore di $\sigma_z$ e $\sigma_x$.

Si definisce il *commutatore* di due operatori A e B la differenza $AB - BA$, indicata con il simbolo [A,B]. Ora si può dimostrare che, se $[A, B] = 0$ (cioè se il prodotto AB è uguale a BA), A e B hanno in comune almeno un insieme di autovettori che costituiscono una base dello spazio.

Una breve riflessione confermerà che le matrici degli operatori di osservabili non compatibili non possono avere in comune una base completa di autovettori, poiché tali autovettori corrisponderebbero a stati con valori definiti contemporaneamente per entrambe le osservabili. Deve allora verificarsi che i commutatori delle matrici di osservabili non compatibili siano diversi da zero. Vediamo ora nello specifico il commutatore di $\sigma_z$ e $\sigma_x$:

$$[\sigma_z, \sigma_x] = i\frac{\hbar}{2}$$

Dove $\sigma_z$ e $\sigma_x$ indicano i nostri operatori di spin[6], $\hbar$ è la costante di Planck e $i$ è il numero immaginario $\sqrt{-1}$.

Il fatto importante è che il commutatore qui mostrato non è pari a 0. Da questo se ne desume, infatti, che spin in direzione $z$ e spin in direzione $x$ sono due osservabili che non commutano, cioè due variabili coniugate e incompatibili.

Tutto questo può anche essere espresso nel seguente modo:

$$\Delta\sigma_z \Delta\sigma_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

In cui $\Delta\sigma_z$ rappresenta l'incertezza su $\sigma_z$ e $\Delta\sigma_x$ rappresenta l'incertezza su $\sigma_x$.

In realtà questo principio matematico non è altro che uno degli assunti fondamentali della Meccanica Quantistica. Esso risale al 1927 e si tratta del noto *principio di indeterminazione* formulato da Werner Karl Heisenberg[7]. Questo principio sostiene che non si possono attribuire "troppe" proprietà ad un sistema fisico individuale: non è possibile, ad esempio, conoscere simultaneamente con precisione il valore di una qualsiasi coppia di variabili coniugate, come ad esempio $spin_z$ e $spin_x$, ma anche posizione e momento lineare. Precisamente il commutatore di $p$ e $x$ ($p$ è il simbolo tradizionalmente usato per indicare il momento di una particella, mentre $x$ sta per la posizione) è:

$$[p, x] = i\hbar$$

Dove $\hbar$ è sempre la nostra costante di Planck e $i$ è il nostro numero immaginario $\sqrt{-1}$.

Heisenberg quantifica esattamente l'imprecisione nella seguente formula:

$$\Delta x \Delta p \geq \hbar$$

In cui $\Delta x$ è l'errore della posizione e $\Delta p$ quello della quantità di moto, mentre $\hbar$ è sempre la costante di Planck. In questo caso il principio di indeterminazione afferma che quanto più precisamente

[6]Detti anche più comunemente *fermioni*.

[7]W.K. Heisenberg, *Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik*, Zeitschrift für Physik, 43 (1927), pp. 478-504.

misuriamo la posizione di una particella microscopica, tanta maggiore indeterminazione produciamo nella sua quantità di moto e viceversa.

Quindi, lo spazio dei possibili stati di tali particelle ammetterà sia una base costituita esclusivamente di autovettori dell'operatore $x$, sia una base costituita esclusivamente di autovettori dell'operatore $p$; ma poiché $p$ e $x$ non sono compatibili, queste due basi non saranno formate dagli stessi vettori. Uno stato caratterizzato da un momento definito sarà una sovrapposizione di vari, differenti, stati di posizione definita, e uno stato caratterizzato da una posizione definita sarà una sovrapposizione di vari, differenti, stati di momento definito.

Che cosa accadrà, pertanto, se si misura una data proprietà di un certo sistema fisico in un momento in cui si verifica che il vettore di stato del sistema non è un autovettore dell'operatore di quella proprietà? Supponiamo di avere un sistema il cui vettore di stato sia $|a\rangle$, e di voler eseguire su di esso una misurazione della proprietà $B$, ove gli autovettori dell'operatore della proprietà $B$ sono $|B = b_i\rangle$ e sono diversi dal vettore di stato del sistema ($|a\rangle$). Secondo la Meccanica Quantistica l'esito di una tale misurazione è questione di probabilità. Più precisamente, la Meccanica Quantistica stabilisce che la probabilità di ottenere come risultato di tale misura $B = b_j$ è pari a:

$$P = (\left\langle a \,|B = b_j\right\rangle)^2$$

Questa probabilità si calcola attraverso la già citata formula:

$$\langle M \,|Q\rangle = m_1 q_1 + m_2 q_2 + ... + m_N q_N$$

Così:

$$P = (\left\langle spin_x up \,|spin_z down\right\rangle)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

Insomma, la probabilità dipende soltanto dal quadrato del prodotto dei vettori in questione.

Quanto detto significa che è possibile fare solo una stima probabilistica, e non precisa, di ciò che accadrà durante una misurazione e che per ogni osservabile considerata è possibile che essa si trovi in quella situazione definita come sovrapposizione di stati, ossia di stati possibili.

Giunti a tal punto, è importante sottolineare che la proiezione del vettore di stato nello spazio delle coordinate è rappresentato da un altro ente matematico fondamentale per la Meccanica Quantistica: *la funzione d'onda* $\Psi$. Dato il vettore di stato $|\psi\rangle$, ad esso corrisponde una funzione d'onda $\Psi$ la quale, nello spazio delle coordinate, è una funzione del tipo $\Psi(x, y, z, t)$, cioè una funzione dello spazio e del tempo t. Questa funzione ha un preciso significato fisico, che è espresso dal postulato interpretativo di Max Born: il modulo quadrato della funzione d'onda $|(x, y, z, t)|^2$ rappresenta la probabilità di trovare la particella (il nostro sistema), all'istante t, nel punto di coordinate (x, y, z), se si esegue una misura della posizione su di essa. La funzione d'onda era pertanto interpretata come un'*onda di probabilità*.

Ma tralasciamo per ora quanto sostiene la Teoria dei Quanti per quanto concerne le proprietà dei sistemi microscopici, per dedicarci brevemente a quanto sostiene a proposito della dinamica di quegli stessi sistemi.

Per un sistema descritto da un dato vettore di stato in un preciso tempo t, la Meccanica Quantistica contiene un algoritmo che specifica come il sistema stesso evolve.

Assegnato lo stato di un sistema fisico in un qualunque istante iniziale (ossia assegnato il vettore che rappresenta lo stato del sistema in tale istante) e dati le forze e i vincoli cui il sistema è soggetto, esiste una prescrizione per mezzo della quale è possibile, in linea di principio, calcolare lo stato del sistema (vettore) in qualsiasi istante successivo. Esiste, pertanto, una dinamica del vettore di stato; vi sono cioè leggi deterministiche che governano l'evoluzione nel tempo del vettore di stato di un qualunque sistema dato, che sia soggetto a forze e vincoli assegnati. Tali leggi vengono generalmente espresse nella forma di un'equazione del moto, la quale prende il nome di *equazione di Schrödinger* ed è generalmente formalizzata come segue:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(t)}{\partial t} = H\Psi(t)$$

Dove $H$ è l'operatore hermitiano che corrisponde all'hamiltoniana del sistema, vale a dire all'osservabile energia.

Da quanto detto finora emerge un contrasto tra il determinismo nell'evoluzione di un qualsiasi vettore di stato e il probabilismo che emerge quando invece parliamo di possibili esiti di misurazione su quello stesso sistema. La struttura della Teoria Quantistica risulta essere probabilistica solo quando si parla di esiti di ipotetiche misurazioni. Assume, pertanto, notevole importanza il seguente quesito: che natura hanno queste stime probabilistiche legate a possibili esiti di misurazione?

Da cui consegue un secondo interrogativo: come conciliare questa probabilità con il fatto che, dopo una misurazione, qualsiasi osservabile ha un valore preciso?

Leggiamo ancora le parole di Einstein:

> In quale relazione sta la funzione Ψ con la situazione concreta individuale, cioè con la situazione individuale di un singolo sistema? Ovvero: che cosa dice la funzione Ψ sullo stato reale? Ora si può anzitutto dubitare che si possa in generale attribuire un senso a queste domande. Si può infatti assumere il seguente punto di vista: reale è solo il singolo risultato dell'osservazione, non un qualcosa di esistente obbiettivamente nello spazio e nel tempo indipendentemente dall'atto di osservazione. Se si assume questo netto punto di vista positivistico, non c'è bisogno evidentemente di fare alcun pensiero su come lo stato reale debba essere interpretato nell'ambito della teoria dei quanti. Tale sforzo appare infatti come un tirar di scherma contro un fantasma [...]. In verità i concetti indipendenti e i sistemi di concetti utilizzati nelle nostre asserzioni sono creazioni umane, strumenti di lavoro che ci siamo creati da noi, la cui giustificazione e il cui valore consistono esclusivamente nel fatto che essi si lasciano coordinare alle esperienze con profitto.[8]

Tuttavia, sempre secondo l'opinione dello scienziato:

> Dietro queste parole simboliche sta un programma, che si è rivelato senz'altro determinante per lo sviluppo del pensiero fisico fino all'enunciazione della teoria dei quanti [...]. Della validità di questo programma non si è dubitato seriamente da parte dei fisici, finché sembrava che tutto quello che interviene nella descrizione dovesse in linea di principio potersi determinare empiricamente in ogni singolo caso. Che questo fosse un'illusione è stato mostrato per la prima volta nell'ambito dei fenomeni quantistici da Heisenberg in modo convincente per i fisici. Ora il concetto di realtà fisica è diventato problematico e si sono poste le domande, che cosa essa veramente sia, che cosa cerchi di descrivere la fisica teorica (mediante la meccanica quantistica), e a che cosa si riferiscano le leggi da

[8] A. Einstein, "Considerazioni elementari sull'interpretazione dei fondamenti della meccanica quantistica", tr. it., in S. Antoci, *Quando la fisica parlava tedesco: alcune memorie di un'epoca*, Roma, Istituto Nazionale di Alta Matematica, 2002, p. 252.

essa enunciate. A queste domande vengono date risposte assai diverse.[9]

Da un'interpretazione realista della funzione d'onda, secondo cui l'onda di probabilità postulata da Max Born sarebbe stato un elemento ontologico essenziale della realtà, i fisici del gruppo di Copenhagen[10] giungevano alla conclusione per la quale il mondo sarebbe stato fondamentalmente indeterministico.

L'interpretazione ortodossa della Meccanica Quantistica introduceva quello che oggi è noto come *collasso della funzione d'onda*, secondo cui il mondo microscopico si trovava in una sovrapposizione di stati quantici rappresentati dall'onda di probabilità e, solo dopo una data misurazione, il sistema osservato passava da una sovrapposizione di stati possibili ad uno solo di questi stati.

È chiaro che questo postulato implicava che l'osservazione avesse un ruolo preminente nella descrizione di un processo fisico. All'interno di questo modo di interpretare la teoria, la probabilità non sembrava essere qualcosa che in linea di principio potesse essere soppiantato da una stima certa e precisa degli eventi, ma sembrava piuttosto riguardare la struttura ontica delle cose e quindi essere invalicabile per principio.

## 2.2 La Meccanica Quantistica è una teoria completa?

Come già precedentemente detto, la Meccanica Quantistica ha aggiunto un nuovo problema riguardo alla nostra concezione della realtà: possiamo violare le relazioni di indeterminazione? È la natura deterministica o indeterministica ad un livello metafisico?

Stando a quanto già osservato, l'interpretazione ortodossa della Teoria Quantistica appare molto chiara al riguardo: il mondo è fondamentalmente indeterministico e la Teoria non può essere interpretata realisticamente, nel senso che essa non può descrivere proprietà realmente esistenti, poiché queste proprietà non esistono prima che qualche misurazione venga effettuata. La Teoria non è realista perché il mondo in un certo senso non sarebbe esso stesso "reale", o almeno

[9] *Ivi*, p. 253.

[10] Che hanno dato origine a quella che è nota come *interpretazione ortodossa* della Meccanica Quantistica.

finché non si interviene su questo con qualche misurazione. Così la probabilità sarebbe l'unica realtà a livello microscopico ed essa avrebbe carattere ontico e non carattere epistemico, come al contrario aveva sperato Pierre Simon de Laplace:

> Dobbiamo dunque considerare lo stato presente dell'Universo come l'effetto del suo stato anteriore o come la causa del suo stato futuro. Un'intelligenza che, per un dato istante, conoscesse tutte le forze da cui è animata la natura e la collocazione rispettiva degli esseri che la compongono, se per di più fosse abbastanza profonda da sottomettere questi dati all'analisi, abbraccerebbe nella stessa formula i movimenti dei più grandi corpi dell'universo e dell'atomo più leggero: nulla sarebbe incerto per essa e l'avvenire, come il passato, sarebbe presente ai suoi occhi. Lo spirito umano offre, nella percezione che ha saputo dare all'astronomia, un pallido esempio di questa Intelligenza. Le sue scoperte in meccanica e geometria, unite a quella della gravitazione universale, l'hanno messo in grado di abbracciare nelle stesse espressioni analitiche gli stati passati e quelli futuri del sistema del mondo.[11]

Diventa, pertanto, importante il seguente quesito: considerando il carattere probabilistico della teoria, è possibile dare alle predizioni probabilistiche lo stesso ruolo che hanno in Meccanica Statistica? Cioè: è possibile che le probabilità descritte dalla Meccanica Quantistica siano di tipo epistemico? Se si suppone che il formalismo, e quindi il vettore di stato, fornisca la più accurata caratterizzazione possibile dello stato di un sistema fisico, e quindi che il formalismo sia completo, siamo costretti ad accettare che le probabilità in Meccanica Quantistica siano di tipo ontico: le previsioni che noi possiamo fare circa l'esito di una futura misurazione sono probabilistiche e questa lacuna non può essere colmata in alcun modo, poiché è la natura ad assumere una caratteristica intrinsecamente probabilistica.

Invece se, almeno in linea di principio, risulta possibile una più accurata specificazione, cioè se il formalismo è incompleto, allora le probabilità in Meccanica Quantistica possono essere considerate di tipo epistemico.

Per ovviare alle relazioni di indeterminazione e mostrare, dunque, l'incompletezza del formalismo quantistico, con conseguente interpretazione epistemica della probabilità, Einstein ha proposto numerosi

[11] P.S. de Laplace, "Saggio Filosofico sulla Probabilità", in *Pierre Simon de Laplace: Opere*, a cura di O. Pesenti-Cambusano, Torino, UTET, 1967, p. 144.

esperimenti mentali. Quello che più ci interessa, per la sue implicazioni di carattere filosofico, è quello ideato dallo scienziato nel 1935 insieme a Boris Podolski e Nathan Rosen[12].

## 2.3 L'esperimento di EPR

In un famoso articolo pubblicato nel 1935, Einstein, Podolski e Rosen hanno proposto un argomento volto principalmente a negare le relazioni di indeterminazione e a mostrare l'incompletezza della Teoria Quantistica.

L'esperimento originale descriveva due sottosistemi microscopici (I e II) a cui veniva permesso di interagire per un breve periodo di tempo; dopo questo breve periodo i tre scienziati supponevano che non ci fosse più alcuna interazione tra le due parti. Inoltre si assumeva la validità di due leggi di conservazione, precisamente la validità della legge di conservazione del momento e la validità della legge di conservazione della posizione relativa. Einstein, Podolsky e Rosen potevano calcolare con l'aiuto dell'equazione di Schrödinger lo stato del sistema composto I+II.

Una volta avvenuta l'interazione tra i due sottosistemi, i tre scienziati assumevano che la quantità P (posizione) venisse misurata nel primo sottosistema. Grazie alla legge di conservazione della posizione relativa, dalla misurazione di P nel primo sottosistema si poteva prevedere con certezza, e senza disturbare il secondo sottosistema, il valore della quantità P in quest'ultimo, e si poteva pertanto assumere la realtà della proprietà P anche per II.

Analogamente, se invece di misurare P si fosse deciso di misurare la proprietà Q (momento) nel sottosistema I, ci si sarebbero trovati nella posizione di prevedere con certezza il valore di quella quantità anche per il sottosistema II e pertanto si sarebbe potuta assumere la realtà della proprietà Q per quest'ultimo.

Come conseguenza delle due misurazioni effettuate nel primo sottosistema, il secondo sottosistema poteva avere con certezza dei valori precisi sia per la proprietà P che per la proprietà Q.

Poiché posizione e momento sono due quantità fisiche coniugate e incompatibili, questo esperimento sembrava mostrare una violazione delle previsioni della Teoria Quantistica, secondo cui, infatti, quando

[12] A. Einstein, B. Podolski, N. Rosen, *Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?*, Physics Review, 47 (1935), pp. 777-780.

è noto il momento di un sistema, le sue coordinate non posseggono alcuna realtà fisica. Precisamente questo esperimento sembrava violare le relazioni di indeterminazione.

Qual era precisamente l'interpretazione che Einstein, Podolsky e Rosen davano all'esperimento mentale in questione?

I tre scienziati avevano assunto come vera la seguente condizione:

*Realtà*: se, senza disturbare in alcun modo un sistema, è possibile prevedere con certezza (vale a dire, con probabilità pari ad 1) il valore di una quantità fisica, allora esiste un elemento di realtà che corrisponde a questa quantità.

Data questa condizione, se ne concludeva l'esistenza di situazioni in cui quantità complementari, come posizione e momento lineare, possedevano valori simultanei di realtà.

Inoltre l'esperimento mentale di EPR conteneva due implicite ma cruciali assunzioni:

*Separabilità*: i due sistemi coinvolti nell'esperimento costituiscono ciascuno, al tempo della misurazione, un separato elemento di realtà.

*Località*: i due sistemi coinvolti nell'esperimento non interagiscono in alcun modo, in accordo con le leggi previste dalla Relatività Ristretta di Einstein[13].

Data l'aggiunta di queste due assunzioni, Einstein, Podolsky e Rosen concludevano che le curiose correlazioni tra i due sistemi non indicavano azione a distanza tra quelli.

L'esperimento ideale di EPR sembrava, pertanto, confutare le relazioni di indeterminazione e il probabilismo ontico della Teoria, con la conseguenza inevitabile che la Meccanica Quantistica doveva essere considerata una teoria incompleta. Secondo la condizione di *Completezza*, infatti, qualsiasi proprietà oggettiva di un sistema fisico S deve essere rappresentata all'interno della teoria fisica che descrive lo stesso S. Nel nostro mondo sarebbero presenti, pertanto, proprietà che la Teoria Quantistica non descrive.

Lo schema del ragionamento fatto da Einstein, Podolsky e Rosen potrebbe essere così riassunto:

Realtà $\wedge$ Località $\wedge$ Separabilità $\rightarrow \neg$ Completezza

[13]Secondo la Teoria della Relatività Ristretta, due sistemi con una separazione di tipo *space-like* non possono in alcun modo interagire causalmente tra loro.

Qualora, invece, i tre scienziati avessero voluto mantenere salda la completezza del formalismo quantistico, come effettivamente avevano fatto i sostenitori dell'interpretazione ortodossa, lo schema del ragionamento sarebbe stato inevitabilmente il seguente:

Realtà $\wedge\neg$ Località $\wedge$ Separabilità $\rightarrow$ Completezza

Oppure

Realtà $\wedge$ Località $\wedge\neg$ Separabilità $\rightarrow$ Completezza

Tuttavia, come vedremo di seguito, salvare la Completezza a scapito della Località o della Separabilità comporterebbe inevitabilmente uno stravolgimento della nozione di Causalità[14]. Per queste ragioni molti fisici e filosofi hanno ritenuto più plausibile considerare la Meccanica Quantistica come una teoria incompleta, completabile con l'aggiunta di alcune variabili, note con il nome di *variabili nascoste*. Ammessa, insomma, l'incompletezza della Teoria dei Quanti si è andati alla ricerca di una completabilità di quest'ultima. Lo scopo principale consisteva nell'eliminazione delle relazioni di indeterminazione e in una rifondazione realistica della Meccanica Quantistica.

## 2.4 L'esperimento di EPR rivisitato da David Bohm

La più nota versione dell'esperimento di EPR è quella proposta da David Bohm nel 1951 ed è nota come esperimento EPR/Bohm[15]. Questa versione è quella maggiormente discussa nella letteratura.

Nell'esperimento EPR-Bohm, una coppia di elettroni *entagled* (intrecciati) di spin-$\frac{1}{2}$ sono emessi da una sorgente e si muovono in direzioni opposte. Lo stato di tale sistema *entagled* di due particelle è il cosiddetto stato di singoletto:

$$|\Psi_{AB}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_A\downarrow_B\rangle - |\downarrow_A\uparrow_B\rangle) \tag{2.1}$$

[14]Inoltre, una violazione della condizione di Separabilità ci porterebbe inevitabilmente a dover considerare il nostro sistema composto alla stregua di un sistema olistico. Parlerò in maniera più dettagliata dei modelli olistici nella sezione 4.4 del presente lavoro.

[15]D. Bohm, *Quantum Theory*, Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1951, pp. 614-622.

In ogni lato del setting sperimentale ($A$ o $B$) viene effettuata una misurazione di spin sull'elettrone, per mezzo di un magnete di Stern-Gerlach. Inoltre ogni magnete può essere orientato in tre differenti direzioni $i \in \{x, y, z\}$. Denotiamo, l'evento secondo cui l'apparato di Stern-Gerlach è stato predisposto in una delle tre direzioni $i \in \{x, y, z\}$ nel lato destro del setting sperimentale con $L_i$. Analogamente denotiamo l'evento secondo cui l'apparato di misurazione è stato predisposto in una delle tre direzione nel lato sinistro del setting sperimentale con $R_j$, dove $j \in \{x, y, z\}$[16].

Ad ogni lato del setting sperimentale si osserva che gli elettroni posseggono (con probabilità $\frac{1}{2}$) o *spin-up* (+) o *spin-down*(−) lungo una data direzione. Pertanto saranno osservabili due possibili esiti di misurazione di spin per ognuna delle tre direzioni. Scriviamo $L_i^+$ per l'esito corrispondente al risultato *spin-up* quando l'apparato di misurazione è orientato nella direzione data da $i \in \{x, y, z\}$ nel lato sinistro del setting sperimentale. Analogamente scriviamo $R_j^-$ per indicare il risultato *spin-down* nella direzione $j$ nel lato destro del setting sperimentale. Scriveremo $L_i^a$ per un generico esito nel lato sinistro del setting sperimentale, dove $i \in \{x, y, z\}$ si riferisce ad una delle tre possibili direzioni di misurazione, e l'apice $a = (+, -)$ si riferisce ai due possibili risultati di misurazione *spin-up*/*spin-down*. Pertanto, $L_y^-$ denota l'esito *spin-down* su una misurazione fatta lungo la direzione $y$, sul lato sinistro del setting sperimentale. Analogo discorso può essere fatto per $R_j^b$.

Si veda la figura sottostante per maggior chiarezza[17].

[16] Questa notazione è analoga a quella utilizzata in G. Grasshoff, S. Portmann e A. Wüthrich (2005).

[17] La seguente figura è tratta da G. Grasshoff, S. Portmann e A. Wüthrich (2005).

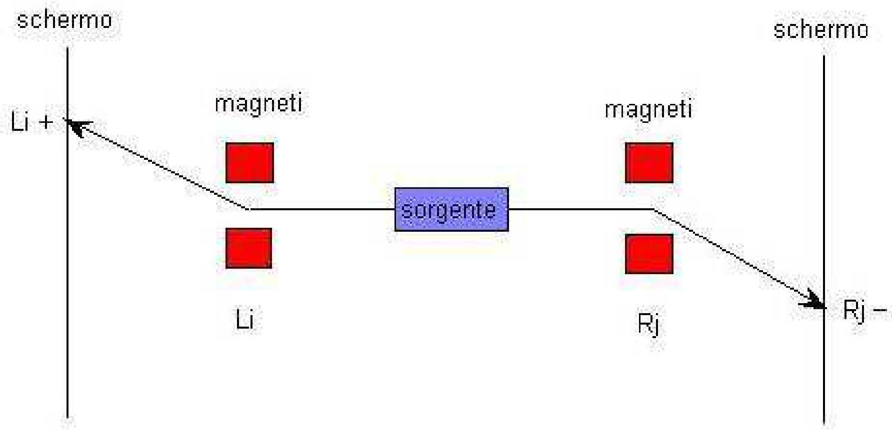


Figura 2.4: Esperimento di EPR/Bohm

In aggiunta a quanto detto, si assume che gli eventi occorrenti nel lato sinistro del setting sperimentale abbiano una separazione di tipo *space-like* da quelli occorrenti sul lato destro del setting sperimentale. In tale situazione, connessioni causali tra differenti e distanti eventi non sono concesse, e questo in base a quanto sostenuto dalla Teoria della Relatività Ristretta di Einstein.

Viene pertanto rispettata la già menzionata condizione di Località.

Inoltre, la separazione di tipo *space-like*, ipotizzata nell'esperimento EPR-Bohm, è relata ad una condizione ulteriore implicita, già presente nella versione originale dell'esperimento. Si tratta della già enunciata condizione di Separabilità, così espressa:

*Ogni volta che viene effettuata una misurazione, ognuna delle due particelle viene considerata come un sistema autonomo, cioè ogni elettrone ha uno stato indipendente.*

Tuttavia, come vedremo di seguito, entrambe queste condizioni sono controverse e non comunemente accettate.

Ritorniamo ora al nostro esperimento di EPR/Bohm.

Sul nostro sistema *entangled* è possibile fare una stima statistica degli esiti di misurazione lungo le tre differenti direzioni in ogni lato del setting sperimentale. Supponendo, ad esempio, che il mio vettore di stato sia un autovettore dell'operatore $\sigma_x$, precisamente $|spin_x up\rangle$, allora se vogliamo eseguire sul sistema una misurazione della proprietà $\sigma_z$, alla prima incompatibile, la Meccanica Quantistica stabilisce che la probabilità di ottenere come risultato di tale misura $|spin_z down\rangle$ è pari a:

$$P = (\left\langle spin_x up \,|spin_z down \right\rangle)^2$$

Questa probabilità si calcola attraverso la già citata formula:

$$\langle M \,|Q\rangle = m_1 q_1 + m_2 q_2 + ... + m_N q_N$$

Così:

$$P = (\left\langle spin_x up \,|spin_z down \right\rangle)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0 + \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1\right)^2$$

$$= \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$$

Pertanto, le stime probabilistiche per tali misurazioni di spin sono date da:

$$p(L_i^a/L_i) = \frac{1}{2} \tag{2.2}$$

$$p(R_j^b/R_j) = \frac{1}{2} \tag{2.3}$$

Inoltre, anche le probabilità congiunte possono essere descritte dal formalismo della Meccanica quantistica nel seguente modo:

$$p(L_i^+ \wedge R_j^+/L_i \wedge R_j) = \frac{1}{2} sin^2 \frac{\varphi_{ij}}{2} \tag{2.4}$$

$$p(L_i^- \wedge R_j^-/L_i \wedge R_j) = \frac{1}{2} sin^2 \frac{\varphi_{ij}}{2} \tag{2.5}$$

$$p(L_i^+ \wedge R_j^-/L_i \wedge R_j) = \frac{1}{2} cos^2 \frac{\varphi_{ij}}{2} \tag{2.6}$$

$$p(L_i^- \wedge R_j^+/L_i \wedge R_j) = \frac{1}{2} cos^2 \frac{\varphi_{ij}}{2} \tag{2.7}$$

Dove $\varphi_{ij}$ è l'angolo tra le due direzione di misurazione $i$ e $j$[18].

[18] Si veda G. Grasshoff, S. Portmann, A. Wüthrich, "Minimal assumption derivation of a Bell-type inequality", *The British Journal for the Philosophy of Science*, 56 (2005), p. 665.

Le ultime sei uguaglianze appena trattate, predicono correlazioni tra i differenti esiti di misurazione di spin nei due distanti lati del setting sperimentale. Queste correlazioni sono le cosiddette *correlazioni EPR-Bohm*:

$$Corr(L_i^a, R_j^b) \equiv p(L_i^a \wedge R_j^b / L_i \wedge R_j) - p(L_i^a / L_i) p(R_j^b / R_j) > 0 \quad (2.8)$$

Esistono casi speciali di *perfette anticorrelazioni*[19] sorgono quando in entrambi i lati del setting sperimentale l'apparato di misurazione è orientato nella stessa direzione (direzioni parallele). Precisamente, se $L_i$ e $R_i$ sono le due misurazioni effettuate rispettivamente sul lato sinistro e sul lato destro del sistema, allora sullo stesso esperimento otteniamo come esiti o $L_i^+$ e $R_i^-$, oppure $L_i^-$ e $R_i^+$. D'altra parte, nessuna correlazione è possibile sia per gli esiti di misurazione $L_i^+$ e $R_i^+$, sia per gli esiti di misurazione $L_i^-$ e $R_i^-$. In maniera più specifica possiamo dire che:

$$p(R_i^- / L_i^+) = 1$$

$$p(R_i^+ / L_i^-) = 1$$

e che:

$$p(R_i^+ / L_i^+) = 0$$

$$p(R_i^- / L_i^-) = 0$$

Questa versione dell'esperimento EPR presenta alcune modifiche rispetto all'argomento originale. Infatti le particelle coinvolte non posseggono contemporaneamente un preciso valore di spin lungo le tre direzioni in esame. Questi valori sono logicamente incompatibili. L'esperimento di EPR/Bohm non nasce per violare le relazioni di indeterminazione, come invece voleva l'esperimento nella sua versione originale. Il problema consiste piuttosto nel trovare un meccanismo che riesca a spiegare causalmente le correlazioni perfette tra gli spin delle due particelle coinvolte nell'esperimento, per trovare un modello causale che sia compatibile con la nostra immagine della realtà. Ci si

[19] In seguito faremo riferimento ai casi di perfette anticorrelazioni, con i termini *correlazioni perfette* o *perfect correlations*. Questi termini sono oggi ampiamente utilizzati nella letteratura. Si vedano appunto G. Grasshoff, S. Portmann e A. Wüthrich (2005), S. Portmann e A. Wüthrich (2007), I. San Pedro García (2008), I. San Pedro García e M. Suárez (2008).

chiede, infatti, se sia possibile interpretare causalmente, in riferimento all'esperimento EPR, le correlazioni tra i due sottosistemi coinvolti.

## 2.5 Le variabili nascoste e la diseguaglianza di Bell

Come già osservato, era opinione di Albert Einstein che si sarebbe trovata una teoria deterministica che avrebbe incorporato la Meccanica Quantistica. La ricerca di tali teorie è nota come ricerca delle *teorie a variabili nascoste*. L'analisi delle teorie a variabili nascoste inizia con la famosa dimostrazione di John von Neumann, secondo cui variabili nascoste non sarebbero state possibili in Fisica Quantistica[20]. Più precisamente, l'idea della rinuncia ad una descrizione causale dei processi subatomici è stata formulata in termini matematici dal *teorema di impossibilità* di von Neumann, il quale stabilisce che ogni tentativo di rileggere in una prospettiva deterministica la Meccanica Quantistica, attuando il completamento della teoria per mezzo di variabili nascoste, è destinato a fallire.

Sono reperibili nella letteratura diversi perfezionamenti che hanno successivamente indebolito le assunzioni di von Neumann. Dai lavori di John Bell[21] in poi, è stata sviluppata una trattazione molto più ragionevole delle teorie a variabili nascoste. Bell è riuscito a derivare un'ineguaglianza, nota come *diseguaglianza di Bell*, che ha successivamente permesso a Clauser, Horne, Shimony e Holt (1969)[22] e a Freedman e Clauser (1972)[23] di dimostrare che non è possibile un completamento della Teoria Quantistica per mezzo di variabili nascoste *locali*, laddove con "locale" si intende una non violazione dei principi sviluppati dalla Teoria della Relatività di Einstein.

La Meccanica Quantistica, secondo Bell, non poteva essere completata localmente attraverso l'introduzione di variabili nascoste. Nes-

[20] J. von Neumann, *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*, Springer, Berlin, 1932, pp. 305-325.

[21] J.S. Bell, "On the Einstein, Podolsky, Rosen Paradox", *Physics*, 1, 3 (1964), pp. 195-200; J.S. Bell, "On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics", *Review of Modern Physics*, 38 (1966), pp. 447-452.

[22] J.F. Clauser, M.A. Horne, A. Shimony, R.A. Holt, "Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variables Theories", *Physical Review Letters*, 23 (1969), pp. 880-884.

[23] S.J. Freedman, J.F.Clauser, "Experimental Test of Local Hidden-Variable", *Physical Review Letters*, 28 (1972), pp. 938-941.

suna teoria che soddisfacesse entrambi i principi sopra menzionati di Separabilità e Località era adeguata per una descrizione corretta del mondo quantico in generale.

L'enorme portata del lavoro di Bell consisteva proprio nel fatto che il suo teorema veniva violato dalla predizioni statistiche della Meccanica Quantistica ed è stato anche violato in un importantissimo esperimento del 1982, effettuato all'Istituto di Ottica di Parigi da Alain Aspect e da due suoi collaboratori[24].

Discutiamo ora nel dettaglio gli aspetti più rilevanti dell'argomento di Bell.

### 2.5.1 La condizione di Fattorizzabilità

Un'ipotesi fondamentale del Teorema di Bell è la condizione di Fattorizzabilità. Per spiegare in che cosa questa condizione consiste esattamente e quindi poter esporre una derivazione del teorema farò principalmente riferimento all'illustre lavoro di Jon Jarrett[25], provvedendo tuttavia ad una semplificazione della notazione utilizzata da quest'ultimo e usando la notazione utilizzata da Grasshoff, Portmann e Wüthrich nel loro lavoro del 2005[26].

Jarrett definisce la condizione di Fattorizzabilità "*Strong Locality*" ed essa può essere formalizzata come segue:

$$p(L_i^a \wedge R_j^b / L_i \wedge R_j \wedge \lambda) = p(L_i^a / L_i \wedge \lambda) \cdot p(R_j^b / R_j \wedge \lambda)^{27} \qquad (2.9)$$

Dove $L_i^a$ sta per l'esito di misurazione lungo la direzione $i$ nella parte sinistra del setting sperimentale (particella 1), $R_j^b$ sta per l'esito di misurazione lungo la direzione $j$ nella parte destra del setting sperimentale (particella 2), $\lambda$ sta per la variabile nascosta (o le variabili nascoste), $L_i$ sta per l'operazione di misurazione nella parte sinistra del setting sperimentale e $R_j$ sta per l'operazione di misurazione nella parte destra del setting sperimentale. Su ciascuno dei

[24] A. Aspect, J. Dalibard, G. Roger, "Experimental tests of Bell's inequality using time-varying analyzers", *Physical Review Letters*, 49 (1982), pp. 1804-1807.

[25] J. Jarrett, "On the physical significance of the locality condition in the Bell argument", *Noûs*, 18 (1984), pp. 569-589.

[26] G. Grasshoff, S. Portmann, A. Wüthrich, "Minimal assumption derivation of Bell-type inequality", *The British Journal for the Philosophy of Science*, 56 (2005), pp. 663-680.

[27] Vedi Bell (1964), p. 196, per la versione originale della condizione di Fattorizzabilità.

due sottosistemi potranno effettuarsi, come già accennato, tre tipi di misura: $i$ potrà assumere valori $x$,$y$, oppure $z$ (cioè spin in direzione $x$, $y$ o $z$), $j$ potrà analogamente assumere gli stessi valori. Sia $a$ che $b$ potranno assumere i valori $+$ e $-$.

Questa condizione sostiene che:

> [...] The Probability of the outcome of an L(R)[28] measurement be invariant under conditionalization on the *state* of the distant measuring device R(L) and that it be invariant under conditionalization on the *outcome* of the R(L) measurement. The outcome of the L(R) measurement must be stochastically independent of the outcome of the R(L) measurement.[29]

Jarrett considera la condizione di *Strong Locality* come la congiunzione di altre due condizioni, chiamate da quest'ultimo *Completeness*[30] e *Locality*[31].

La *Completeness* ci dice che la seguente probabilità congiunta:

$$p(L_i^a \wedge R_j^b / L_i \wedge R_j \wedge \lambda)$$

è data dal prodotto delle due probabilità singolarmente considerate:

$$p(L_i^a \wedge R_j^b / L_i \wedge R_j \wedge \lambda) = p(L_i^a / L_i \wedge R_j \wedge \lambda) \cdot p(R_j^b / R_j \wedge L_i \wedge \lambda) \quad (2.10)$$

Come vedremo in seguito questa condizione altro non è che la condizione di *screening-off* del modello causale di *conjunctive forks* di Reichenbach.

La *Locality*, che qui di seguito chiameremo Località, assume la seguente forma:

$$p(L_i^a / L_i \wedge R_j \wedge \lambda) = p(L_i^a / L_i \wedge \lambda) \quad (2.11)$$

$$p(R_j^b / L_i \wedge R_j \wedge \lambda) = p(R_j^b / R_j \wedge \lambda) \quad (2.12)$$

[28] Dove appunto con $L$ o $R$ si intende rispettivamente *ala destra* o *ala sinistra* del setting sperimentale

[29] J. Jarrett, "On the physical significance of the locality condition in the Bell argument", *Noûs*, 18 (1984), p. 584.

[30] Lo stesso assioma è definito da Van Fraassen (1982) come *Causality* e da Shimony (1993) come *Outcome Independence*.

[31] Lo stesso assioma è definito da Van Fraassen (1982) come *Hidden Locality* e da Shimony (1993) come *Parameter independence*.

In accordo con questa condizione, i risultati di un esperimento su uno dei due sottosistemi sono indipendenti dal tipo di misura effettuata sull'altro sottosistema.

Stando all'analisi di Jon Jarrett, *Completeness* e Località insieme implicano la *Strong Locality*, ossia la condizione di Fattorizzabilità, che è una condizione indispensabile per la derivazione del teorema di Bell.

### 2.5.2 La condizione di Separabilità

Altra assunzione fondamentale per la derivazione del Teorema di Bell è la già citata condizione di Separabilità, che ora assume la seguente forma:

*Separabilità*: i risultati di un esperimento sono indipendenti dai risultati dell'altro, cioè è possibile agire su una parte dell'intero sistema senza agire sulla restante parte di quello stesso sistema.

La condizione di Separabilità può essere scritta come segue:

$$p(L_i^a/L_i \wedge R_j \wedge R_j^b \wedge \lambda) = p(L_i^a/L_i \wedge R_j \wedge \lambda) \tag{2.13}$$

$$p(R_j^b/L_i \wedge R_j \wedge L_i^a \wedge \lambda) = p(R_j^b/L_i \wedge R_j \wedge \lambda) \tag{2.14}$$

Anche la condizione di Separabiltà appare essere in stretto legame con la condizione di *Strong Locality*, ossia con la Fattorizzabilità. Non a caso si mostra facilmente che, partendo da un condizione vera per definizione di probabilità, è possibile derivare la condizione di Fattorizzabilità, utilizzando le due condizioni di Località e Separabilità:

$$p(L_i^a \wedge R_j^b/L_i \wedge R_j \wedge \lambda) = p(L_i^a/L_i \wedge R_j \wedge R_j^b \wedge \lambda) \cdot p(R_j^b/R_j \wedge L_i \wedge \lambda)$$

Per definizione di probabilità

$$= p(L_i^a/L_i \wedge R_j \wedge \lambda) \cdot p(R_j^b/R_j \wedge L_i \wedge \lambda)$$

Per la condizione di Separabilità[32]

[32]Si noti che quella appena ottenuta non è altro che la condizione di *Completeness*, per cui sembra esserci uno stretto legame anche tra Separabilità e *Completeness*.

$$= p(L_i^a / L_i \wedge \lambda) \cdot p(R_j^b / R_j \wedge \lambda)$$

Per la condizione di Località.

Esiste, dunque, uno stretto legame tra Fattorizzabilità, Località e Separabilità.

### 2.5.3 La diseguaglianza di Bell

Utilizzando la notazione introdotta nel paragrafo precedente, mostriamo quella che Bell chiama *diseguaglianza quadrangolare*, che è appunto meglio nota come *diseguaglianza di Bell*:

$$p(L_x^+ \wedge R_y^+ | L_x \wedge R_y) + p(L_y^+ \wedge R_z^+ | L_y \wedge R_z) \geq p(L_x^+ \wedge R_z^+ | L_x \wedge R_z) \tag{2.15}$$[33]

Ricordiamo che le predizioni quantistiche per gli esiti di misurazione contenuti nell'equazione precedente sono dati dalle già citate equazioni (2.4)-(2.7):

$$p(L_i^+ \wedge R_j^+ | L_i \wedge R_j) = \frac{1}{2} sin^2 \frac{\varphi_{ij}}{2}$$

$$p(L_i^- \wedge R_j^- | L_i \wedge R_j) = \frac{1}{2} sin^2 \frac{\varphi_{ij}}{2}$$

$$p(L_i^+ \wedge R_j^- | L_i \wedge R_j) = \frac{1}{2} cos^2 \frac{\varphi_{ij}}{2}$$

$$p(L_i^- \wedge R_j^+ | L_i \wedge R_j) = \frac{1}{2} cos^2 \frac{\varphi_{ij}}{2}$$

Pertanto:

$$p(L_x^+ \wedge R_y^+ | L_x \wedge R_y) = \frac{1}{2} sin^2 \frac{\varphi_{xy}}{2}$$

$$p(L_y^+ \wedge R_z^+ | L_y \wedge R_z) = \frac{1}{2} sin^2 \frac{\varphi_{yz}}{2}$$

[33] Questa forma di diseguaglianza di Bell è stata proposta da B. van Fraassen (1982).

$$p(L_x^+ \wedge R_z^+ | L_x \wedge R_z) = \frac{1}{2} sin^2 \frac{\varphi_{xz}}{2}$$

In tal modo la diseguaglianza quadrangolare di Bell può essere scritta direttamente come:

$$\frac{1}{2} sin^2 \frac{\varphi_{xy}}{2} + \frac{1}{2} sin^2 \frac{\varphi_{yz}}{2} \geq \frac{1}{2} sin^2 \frac{\varphi_{xz}}{2} \tag{2.16}$$

Il Teorema di Bell è stato considerato uno dei risultati più importanti del XX secolo, in quanto le previsioni dateci dal formalismo della Meccanica Quantistica violano la diseguaglianza quadrangolare.

Vediamo in maniera dettagliata in che modo.

Poniamo $\varphi_{xy} = 30°$, $\varphi_{yz} = 30°$ e $\varphi_{xz} = 60°$.

Allora possiamo scrivere la nostra diseguaglianza di Bell direttamente come:

$$\frac{1}{2}(0.25) + \frac{1}{2}(0.25) \geq \frac{1}{2}(0.75)$$

Dalla quale a sua volta si ottiene:

$$0.125 + 0.125 \geq 0.375$$

$$0.25 \geq 0.375$$

Che chiaramente è una falsità.

Dalla violazione del Teorema di Bell, consegue l'impossibilità di un completamento della Teoria Quantistica che rispetti la condizione di Fattorizzabilità, e pertanto anche tutte le condizioni di Separabilità, *Completeness* e Località, da cui appunto essa deriva.

Ora si tratta di mostrare che, non solo il formalismo della Meccanica Quantistica, ma anche la natura viola la diseguaglianza di Bell.

Nel dicembre del 1982, Alain Aspect con la collaborazione di due ricercatori, Jean Dalibard e Gérard Roger, dell'Istituto di Ottica dell'Università di Parigi, ha raccolto la sfida per una rigorosa verifica delle ipotesi non-localistiche della teoria quantistica. Aspect ha realizzato una serie di apparecchiature sofisticatissime nel campo dell'ottica-fisica, che hanno permesso di risolvere il contenzioso che ormai da mezzo secolo opponeva i fisici che si riconoscevano nelle posizioni classiche, con i fisici quantistici della scuola di Copenhagen.[34]

[34] A. Aspect, J. Dalibard, G. Roger, "Experimental tests of Bell's inequality using time-varying analyzers", *Physical Review Letters*, 49 (1982), pp. 1804-1807.

Nella figura qui di seguito riportata vediamo una schematizzazione delle apparecchiature utilizzate da Aspect nei suoi esperimenti:

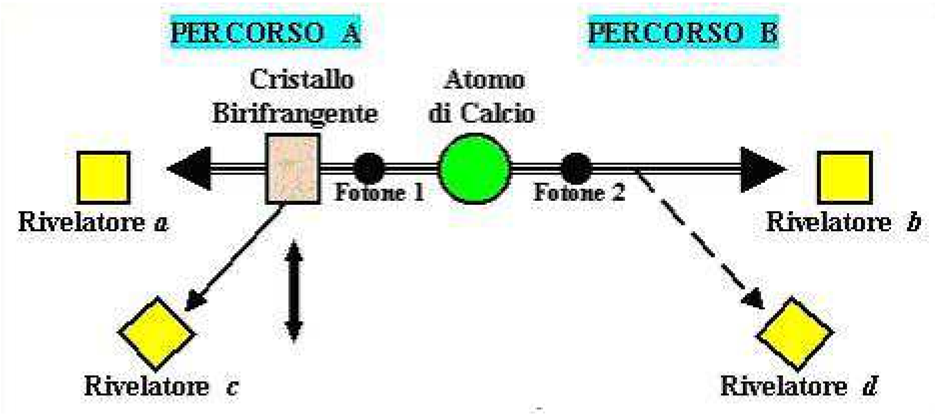


Figura 2.5.3: Esperimento di Aspect, Dalibard, Roger (1982)

Al centro abbiamo un atomo di Calcio eccitato il quale produce una coppia di fotoni correlati che si muovono lungo percorsi opposti. Lungo uno di questi percorsi (nel caso rappresentato in figura, il percorso A), di tanto in tanto e in maniera del tutto casuale, viene inserito un filtro (un cristallo birifrangente), il quale, una volta che un fotone interagisce con esso, può, con probabilità pari a $\frac{1}{2}$, deviare il fotone stesso oppure lasciarlo proseguire indisturbato per la sua strada facendosi attraversare. Agli estremi di ogni tragitto previsto per ciascun fotone è posto un rilevatore.

Il risultato dell'esperimento di Aspect si mostrò in accordo con le predizioni statistiche della Teoria Quantistica[35]. Come conseguenza di questo fatto, la diseguaglianza di Bell veniva considerata come sperimentalmente confutata e pertanto veniva messa in discussione la condizione di Fattorizzabilità in tutte le sue parti fondamentali di Separabilità, *Completeness* e Località.

## 2.6 Causalità e località

Le tre condizioni di *Completeness*, Località e Separabilità sono strettamente legate al nostro concetto di Causalità, ciascuna ovviamen-

[35]Dopo il 1982 sono stati effettuati numerosi esperimenti volti a verificare o confutare le previsioni della Meccanica Quantistica e quindi anche quanto mostrato dalla diseguaglianza di Bell. Uno degli esperimenti più celebri è stato effettuato al CERN di Ginevra nel 2007 da Gisin e Thew; si veda N. Gisin e R. Thew (2007).

te in maniera diversa. Vediamo dapprima il legame tra Località e Causalità.

I due concetti di Causalità e Località appaiono essere strettamente intrecciati e questo perché noi possediamo una concezione locale di Causalità. Cosa si intende esattamente per "concezione locale di causalità"?

Una risposta a questo quesito può essere facilmente fornita citando la distinzione proposta da Wesley Salmon in *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, tra genuini processi causali e pseudo-processi causali.

Ecco cosa ci dice Salmon:

> Special relativity demands that we make a distinction between causal processes and pseudo-processes. It is a fundamental principle of that theory that light is a first signal - that is, no signal can be transmitted at a velocity greater than the velocity of light in a vacuum. There are, however, certain processes that can transpire at arbitrarily high velocities - at a velocity vastly exceeding that of light. This fact does not violate the basic relativistic principle, however, for these 'processes' are incapable of serving as signals or of transmitting information. Causal processes are those that are capable of transmitting signals; pseudo-processes are incapable of doing so.[36]

E ancora:

> The basic method for distinguishing causal processes from pseudo-processes is the criterion of mark transmission. A causal process is capable of transmitting a mark; a pseudo-process is not.[37]

Uno fra i tanti esempi di processo pseudo-causale, proposto da Salmon, è il seguente:

> Consider a car travelling along a road on a sunny day. As the car moves at 100 Km/hr, its shadow moves along the shoulder at the same speed. The moving car, like any material object, constitutes a causal process; the shadow is a pseudo-process. If the car collides with a stone wall, it will carry

[36] W.C. Salmon, *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press, 1984, p. 141.

[37] *Ivi*, p. 142.

> the marks of that collision [...]. If, however, only the shadow of the car collides with the stone wall, it will be deformed momentarily, but it will resume its normal shape just as soon as it has passed beyond the wall.[38]

Ecco la definizione che il filosofo dà per *trasmissione del marchio* (MT):

> MT: Let B be a process that, in the absence of interactions with other processes, would remain uniform with respect to a characteristic Q, which it would manifest consistently over an interval that includes both of the space-time points A and B (A $\neq$ B). Than, a mark (consisting of a modification of Q into Q'), which has been introduced into process P by means of a single local interaction at point A, is transmitted to point B if P manifests the modification Q' at B and at all stages of the process between A and B without additional interventions.[39]

Da quanto esplicitato sopra discerne il principio più generale di trasmissione di una struttura (ST):

> ST: If a process is capable of transmitting changes in structure due to marking interactions, than that process can be said to transmit its own structure.[40]

Cioè: se un processo è capace di trasmettere un marchio dovuto a qualche interazione con la sua struttura, esso allora è anche capace di trasmettere la sua stessa struttura. L'abilità di trasmettere un marchio è il criterio per riconoscere i processi causali. Ma questo marchio può essere trasmesso solo attraverso un processo che si propaga ad una velocità non superiore a quella della luce.

Ciò che si apprende dai passi appena citati è, non solo che esiste un forte legame tra Causalità e Località, ma anche il fatto fondamentale che questo stesso legame derivi da una delle interpretazioni più accreditate della Teoria della Relatività, secondo cui non sarebbe possibile che i processi causali possano propagarsi a velocità maggiore di quella della luce[41].

[38] *Ivi*, p. 143.
[39] *Ivi*, p. 148.
[40] *Ivi*, p. 154.
[41] Molti fisici e filosofi sostengono la tesi secondo cui la Teoria della Relatività proibisca che i processi causali si propaghino a velocità maggiore di quella della luce. Tuttavia su questo punto esistono differenti opinioni. Per una descrizione più approfondita del dibattito tuttora in corso si veda T. Maudlin (2002), pp. 1-5.

Giunti a tal punto, ritengo sia indispensabile fare un breve cenno alle nozioni di Causalità e temporalità nella Teoria della Relatività.

### 2.6.1 Causalità e temporalità nella Teoria della Relatività

Un importante concetto appare necessariamente legato a quello dell'azione causale nell'elaborazione dell'immagine del mondo fisico: il tempo. La temporalità possiede, infatti, un ruolo e un significato fondamentali per una comprensione dinamica della realtà.

I cambiamenti che nel secolo scorso ha sperimentato la scienza, sembrano aver dato luogo ad una certa rivoluzione concettuale. Cercherò di focalizzare l'attenzione attorno all'evoluzione che la scienza ha sperimentato, dal paradigma classico del dinamismo causale e temporale, che risulta essere di base empirico-razionalista, a quello verso cui la Teoria della Relatività sembra avere indirizzato la nostra concezione fisica del mondo.

Il tempo aristotelico veniva definito come numero o misura del movimento: il tempo é "qualcosa del movimento". L'analisi aristotelica successiva cerca di comprendere quale aspetto del movimento costituisce il tempo, e ha come conclusione una nota affermazione:

> [**219a22**]Ma il tempo noi lo conosciamo quando determiniamo il movimento, individuando in esso ciò che è prima e ciò che è dopo; e noi affermiamo che è trascorso del tempo, allorché abbiamo percezione di ciò che è prima e di ciò che è dopo nel movimento. [42]

Così Aristotele può giungere con la seguente definizione di tempo:

> [**219b1**]In effetti il tempo è questo: il numero del movimento secondo prima e poi.[43]

Questa definizione è stata accusata di circolarità sin dall'antichità: essa presuppone, infatti, alcuni concetti temporali, come il "prima"

[42] ARISTOTELE, *Fisica*, a cura di L. Ruggiu, Milano, Mimesis, 2008, Libro IV, 11, 219a 22-26.

[43] *Ivi*, 11, 219b 1-2.

e il "poi". Tuttavia, i commentatori del filosofo, e in particolare la scolastica, non sembrano aver concesso troppo credito a tale capo di accusa. La risposta di Tommaso d'Aquino è sufficientemente rappresentativa. La definizione aristotelica non sarebbe circolare poiché in essa il "prima" e il "poi" non vengono considerati come concetti temporali. Si tratta invece del "prima" e del "poi" del movimento, in quanto causati non dal tempo, ma dalla posizione[44].

Nella soluzione presentata da Tommaso si manifesta l'assenza di una considerazione dei fenomeni fisici e meccanici in cui le nozioni temporali appaiono come realmente fondamentali. Tommaso presenta la posizione come fondamento dell'ordine temporale, in modo tale che sia il tempo a fondarsi sul movimento e non il contrario. Non è pensabile che siano i movimenti ad essere fondati sulla dimensione temporale, come invece accade nella meccanica newtoniana.

Con la meccanica newtoniana il tempo diventa una variabile indipendente della dinamica. Nel modo più esplicito questa nozione di tempo è presentata da Isaac Newton nei suoi *Principia Mathematica Philosophia Naturalis.* In uno *Scholium* Newton considera il senso delle nozioni basiche impiegate:

> Il tempo assoluto, vero, matematico, in sé e per sua natura, senza relazione ad alcunché di esterno, scorre uniformemente, e con un altro nome è chiamato durata; il tempo relativo, apparente e volgare è una misura (esatta o inesatta) sensibile ed esterna della durata per mezzo del moto, che comunemente viene impiegata al posto del vero tempo: tali sono l'ora, il giorno, il mese, l'anno.[45]

Dunque, ciò che cambia è solo la misura del tempo, il tempo reale è identico in tutto l'universo, scorre omogeneo e uniforme ed è assoluto in quanto indipendente rispetto a qualsiasi altra realtà. E il tempo newtoniano diventa, in quanto caratteristica assoluta ed uniforme, l'unica caratteristica che consente di identificare il senso della relazione causale.

Un'importante definizione di causa fondata sulla successione temporale ci viene presentata anche dal filosofo David Hume[46]. Questi

---

[44]T. D'Aquino, *Commento alla Fisica di Aristotele (Sententia super Physicorum)*, vol. II, Bologna, Edizioni Studio Domenicano, 2004.

[45]I. Newton, *Principi Matematici della Filosofia Naturale*, tr. it., Torino, Utet, 1977, pp. 101-102.

[46]D. Hume, *Trattato sulla natura umana*, tr. it., in *Opere*, Bari, Editrice Laterza, 1971.

dirige la sua indagine verso lo studio dell'origine dell'*idea* di causalità, dunque la causalità è affrontata ad un livello gnoseologico e non metafisico-ontologico.

Premesso questo, possiamo andare avanti col dire che, stando all'analisi di Hume, le idee di causa ed effetto permettono di scoprire soltanto due caratteristiche comuni ad ogni connessione causale. La contiguità spaziale tra l'effetto e la causa e la priorità temporale della causa sull'effetto. È evidente che queste due caratteristiche da sole non sono sufficienti a produrre la causalità. Non sempre due oggetti in rapporto di contiguità e successione vengono considerati come causa ed effetto. Nel pensiero comune si ritiene che ad esse si debba aggiungere l'idea di connessione necessaria, di cui Hume cerca di trovare l'origine. È l'aggiunta di una terza condizione, quella della congiunzione costante, a permettergli di spiegare la connessione necessaria e di ottenere la condizione necessaria essenziale della relazione causale. Pertanto, emerge un'idea humeana della causalità come successione regolare. Ma come è possibile, all'interno di tale concezione, determinare nei casi concreti quale sia la causa di un particolare evento o di una classe di eventi? La regolarità logica costituisce soltanto una relazione simmetrica, mentre la relazione causale si presenta alla nostra esperienza come chiaramente asimmetrica. In Hume l'asimmetria causale è spiegata grazie al fattore tempo, o più precisamente grazie alla priorità temporale della causa sull'effetto (seconda condizione: quella della successione). La causalità sembra, all'interno di questa concezione, fondata sulla temporalità e diventa semplice successione temporale fra diversi eventi. Non esiste alcuna sostanza che differenzia la causa dall'effetto, essi sono differenziati solo dal loro occorrere nel tempo.

All'interno della concezione humeana, la temporalità resta una variabile indipendente, un sostrato necessario per lo sviluppo del dinamismo causale, e in particolare per la distinzione dei due concetti di causa ed effetto.

Dalla fine dell'Ottocento la scienza ha sperimentato numerosi cambiamenti, che hanno profondamente mutato gli schemi attraverso cui viene interpretata l'intelligibilità del mondo fisico. Il primo di questi grandi cambiamenti è dovuto alla Teoria della Relatività. È noto come questa teoria introduca dei profondi mutamenti nel significato attribuito alle nozioni fondamentali della fisica, fra cui anche quella di "tempo", il cui carattere assoluto è stato, appunto, abbandonato.

Il primo principio che la Teoria della Relatività porta avanti si può esprimere dicendo che:

Tutti i sistemi di riferimento debbono risultare equivalenti

> nel descrivere i fenomeni della natura.[47]

In maniera più tecnica sarebbe corretto dire che le equazioni che esprimono le leggi di natura sono invarianti rispetto al gruppo delle trasformazioni di Lorentz. Se il principio non fosse valido, le leggi di natura dovrebbero formularsi diversamente secondo il sistema di riferimento adottato. La posizione di Einstein risulta in questo innovativa. Nella fisica classica il principio di relatività era incluso implicitamente nella formulazione newtoniana della dinamica. Tuttavia tale principio era valido solo per i fenomeni meccanici, ma in esso non venivano inclusi i fenomeni ottici ed elettromagnetici.

Il secondo postulato della Teoria della Relatività è il principio di costanza della velocità della luce: nel vuoto la velocità di propagazione della luce è, secondo il primo postulato della teoria, indipendente dalla velocità del corpo emittente, cioè dalla sorgente luminosa, e dallo stato di moto del sistema di riferimento in cui essa viene misurata. Ecco cosa dice sempre Einstein:

> [...] Come ogni altra legge generale della natura, la legge di propagazione della luce nel vuoto deve, secondo il principio di relatività, essere uguale tanto per il vagone ferroviario assunto come corpo di riferimento, quanto per le rotaie sempre come corpo di riferimento.[48]

E ancora come Einstein osserva nelle sue *Note autobiografiche*:

> Un tale principio risultò da un paradosso con cui ero già venuto a contatto all'età di sedici anni: se inseguo un raggio di luce alla velocità $c$ (velocità della luce nel vuoto), dovrei osservare tale raggio di luce come un campo elettromagnetico oscillatorio nello spazio in stato di quiete. Tuttavia, sembra che una cosa del genere non esista né in base all'esperienza, né secondo le equazioni di Maxwell.[49]

[47] A. Einstein, *Relatività: esposizione divulgativa*, a cura di B. Cermignani, Torino, Boringhieri, 1988, p. 30. Citazione tratta da R. Martìnez, *Immagini del Dinamismo Fisico. Causa e Tempo nella Storia della Scienza*, Roma, Armando Editore, 1996.

[48] *Ivi*, p. 36. Citazione tratta da R. Martìnez, *Immagini del Dinamismo Fisico. Causa e Tempo nella Storia della Scienza*, Roma, Armando Editore, 1996.

[49] A. Einstein, "Autobiographical Notes", in A. Schilpp, *Albert Einstein: Philosopher-Scientist*, New York, Harper and Row, p. 53. Citazione tratta da R. Martìnez, *Immagini del Dinamismo Fisico. Causa e Tempo nella Storia della Scienza*, Roma, Armando Editore, 1996.

Per ammettere una diversa velocità della luce, dovremmo ammettere un sistema di riferimento privilegiato rispetto agli altri. Mentre la velocità di propagazione della luce nel vuoto rimane invariata rispetto al sistema di riferimento, ciò che varia è il tempo. Il tempo varia al variare della velocità del sistema di riferimento, cioè dell'osservatore $O$. La situazione propriamente relativista si presenta quando ci chiediamo se la simultaneità tra due eventi mantiene la sua validità per un osservatore diverso da $O$. È, dunque, sempre valida la simultaneità tra due eventi? La risposta è negativa e si deve concludere che non è possibile stabilire una simultaneità assoluta valida per tutti gli osservatori, con indipendenza dal loro stato di movimento. Le relazioni temporali fra due eventi dati non sono più invarianti: esse dipendono dallo stato di moto del sistema di riferimento dal quale gli eventi vengono considerati. Ora gli intervalli spaziali e temporali, che nella descrizione classica risultavano invarianti, non lo sono più. Ciò significa che, in linea di massima, non si conserva la relazione di simultaneità, anteriorità o posteriorità tra due eventi qualsiasi nel passare da un sistema di riferimento all'altro. Si può affermare che nella Teoria della Relatività l'ordine temporale perde il suo valore assoluto.

Tuttavia, bisogna precisare che la perdita del carattere assoluto non è totale. Nella cinematica relativista appare una nuova grandezza, che riceve il nome di *intervallo spazio-temporale*. Esso rappresenta sostanzialmente il tipo di relazione che intercorre tra un osservatore generico $O$ e un evento, rispetto a cui $O$ vuole stabilire la propria simultaneità, anteriorità o posteriorità. Conviene considerare con un po' più di attenzione quali sono i due principali valori che l'intervallo spazio-temporale può assumere rispetto alle diverse regioni nel diagramma spazio-tempo di Minkowski.

Consideriamo in primo luogo gli eventi situati all'interno del cono di luce di un generico osservatore $O$. La distanza spaziale che separa un evento di questa regione dello spazio-tempo dall'evento rappresentato dall'origine delle coordinate $O$ sarà $ds^2 < 0$. Un intervallo spazio-temporale di questo tipo viene denominato *intervallo time-like*.

Consideriamo, in secondo luogo, gli eventi appartenenti all'esterno del cono di luce di un generico osservatore $O$. La distanza spaziale che separa un evento di questa regione dello spazio-tempo dall'evento rappresentato dall'origine delle coordinate $O$ sarà $ds^2 > 0$. Questo intervallo spazio-temporale riceve il nome di *intervallo space-like*.

È importante notare che l'intervallo in questione è invariante: il tipo di separazione esistente fra due o più eventi fisici risulta essere una relazione assoluta, ogni possibile osservatore $O'$, diverso da $O$, dovrà giudicare l'intervallo spazio-temporale tra $O$ e un altro qualsiasi evento necessariamente allo stesso modo.

La regione delimitata dal cono spazio-temporale di Minkowski non è soggetta alla relatività temporale. Un evento giudicato dall'osservatore $O$ passato rispetto all'osservatore $O$ stesso, è ritenuto passato rispetto a quest'ultimo anche dall'osservatore *O'*. Allo stesso modo un evento giudicato da $O$ futuro rispetto ad $O$ stesso, sarà ritenuto tale rispetto a quest'ultimo anche da *O'*. Ancora, un evento giudicato da $O$ simultaneo ad $O$ stesso, sarà ritenuto tale rispetto a quest'ultimo anche da *O'*. La situazione risulta diversa nel caso degli eventi che possiedono una separazione di tipo *space-like* con l'evento *O*, cioè gli eventi appartenenti alla regione esterna al cono di luce dell'osservatore *O*. È per questo tipo di separazione spazio-temporale che si dà la relatività della simultaneità e dell'ordine temporale. Un evento esterno al cono di luce di $O$ e che è giudicato da $O$ simultaneo ad $O$ stesso, non sarà necessariamente visto come tale da parte dell'osservatore *O'*, in movimento rispetto ad *O*. In questa regione dello spazio l'ordine temporale risulta quindi relativo rispetto all'osservatore (sistema di riferimento) e, cosa molto importante, dipende dallo stato di moto dell'osservatore stesso.

Vediamo le seguenti illustrazioni per una maggiore chiarezza, considerando dapprima la situazione in caso di intervalli spazio-temporali di tipo *time-like*:

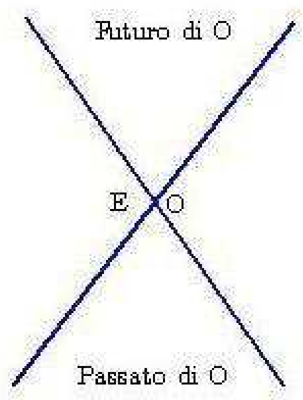


Figura 2.6.1a: Evento con separazione di tipo *time-like*

In quest'immagine, l'evento $E$ che è ritenuto dall'osservatore $O$ simultaneo all'osservatore $O$ stesso, è giudicato simultaneo ad $O$ anche da parte dell'osservatore *O'*.

È importante sottolineare che, affinché due eventi possano essere simultanei tra loro, non devono essere causalmente relati (in modo tale che uno causi l'altro), poiché non è ammessa alcuna relazione causale ad una velocità maggiore di quella della luce[50].

Vediamo ora la situazione per gli intervalli spazio-temporali di tipo *space-like*:

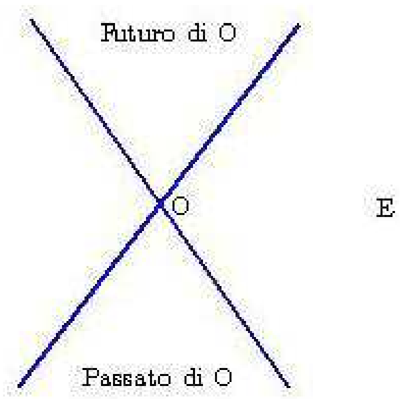


Figura 2.6.1b: Evento con separazione di tipo *space-like*

In questa figura, l'evento $E$ è giudicato da $O$ simultaneo ad $O$ stesso. Tuttavia, è possibile che l'evento $E$ non sia ritenuto dall'osservatore *O'* come simultaneo all'osservatore O.

Giunti a questo punto, possiamo analizzare alla luce della Teoria della Relatività gli esperimenti di tipo EPR. In questi esperimenti, gli eventi *spin-up* in $S_1$ (SISTEMA I) e *spin-down* in $S_2$ (SISTEMA II) presentano tra loro una separazione tipo *space-like*.

Come sappiamo, l'esperimento in questione mette in luce il fatto che le misure di spin in $S_1$ e in $S_2$ appaiono, in particolari circostanze, perfettamente anticorrelate in un modo tale da far supporre un'istantanea azione causale a distanza tra i due sottosistemi.

Tuttavia, poiché per la Teoria della Relatività Ristretta non è ammesso alcun passaggio di segnale ad una velocità maggiore di quella

[50]Siamo in presenza di una teoria causale del tempo.

della luce, l'evento di misurazione nel primo sottosistema non può essere relato causalmente in maniera simultanea all'esito di misura nel secondo sottosistema. Per cui se si volesse ammettere una relazione causale diretta tra i due sistemi in questione ($S_1$ e $S_2$), questa non potrebbe essere simultanea.

È possibile allora ammettere che la simultaneità tra i due sottosistemi in considerazione sia solo relativa, in accordo con quanto la stessa Teoria della Relatività sostiene? La risposta a questo quesito è certamente affermativa, in quanto noi sappiamo che la simultaneità tra due eventi, aventi tra loro una separazione di tipo *space-like*, è relativa al sistema di riferimento.

Ma ci è concesso risolvere il problema di una possibile interazione causale tra $S_1$ e $S_2$ affermando che, poiché la simultaneità è solo apparente, c'è interazione causale tra i due sottosistemi e questa interazione non è simultanea? In questo caso la risposta è negativa. Gli eventi che possiedono un intervallo o separazione di tipo temporale presentano la seguente caratteristica:

*Risulta fisicamente possibile stabilire un processo materiale di comunicazione fra questi eventi, e tale comunicazione è possibile mediante un raggio luminoso, poiché gli eventi in questione sono situati all'interno dello stesso cono di luce.*

Per quanto, invece, concerne gli eventi che possiedono una separazione spazio-temporale di tipo *space-like*, come quelli mostrati nell'esperimento EPR, possiamo dire:

*Risulta fisicamente impossibile stabilire un processo di comunicazione materiale fra questi, poiché la distanza che separa gli eventi in questione è maggiore della distanza che la luce può percorrere.*

La propagazione della luce costituisce l'orizzonte dell'insieme di eventi fisici con i quali è possibile stabilire una comunicazione fisica. Così il significato fisico del cono di luce risulta chiaro: esso rappresenta l'orizzonte fisico dell'evento $O$ (il mio qui-adesso). Gli eventi situati all'interno del cono di luce di $O$ sono alla sua portata: è possibile stabilire una comunicazione fisica tra $O$ ed essi, ricevere da essi un segnale o un'informazione, o inviarla a questi. Gli eventi all'esterno del cono di luce di $O$ sono invece completamente inaccessibili all'evento.

Ora, negli esperimenti di tipo EPR, l'evento $E_1$ = *misurazione spin-up in*$S_1$ e l'evento $E_2$ = *spin-down in*$S_2$ presentano una separazione di tipo *space-like*: $E_2$ è posto fuori del cono di luce di $E_1$, proprio come nella figura sottostante.

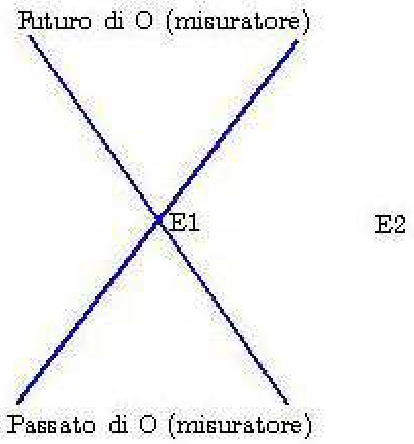


Figura 2.6.1c: Due eventi con separazione di tipo *space-like*

Posto che per la Teoria della Relatività non è in alcun modo ammessa un'azione causale simultanea tra due sistemi, sarebbe comunque scorretto affermare, per le ragioni sopra descritte, che esiste una relazione causale non simultanea tra i due eventi in questione ($E_1$ ed $E_2$). Infatti, tra due eventi con una separazione analoga a quella mostrata in figura non può esserci alcun passaggio di segnale e, dunque, alcuna azione causale diretta. Qualsiasi nesso causale tra $E_1$ ed $E_2$ non è concesso.

La Teoria della Relatività, pertanto, non sembra ammettere alcuna soluzione causale diretta (sia simultanea, che non) per l'esperimento EPR.

Si ricorda che, nonostante questo divieto, John Bell ha lasciato comunque aperta la possibilità di concepire un'interazione causale simultanea tra due sistemi che presentano una separazione di tipo *space-like*. Dal 1964, infatti, la Meccanica Quantistica continua ad essere ritenuta da alcuni una teoria completa a patto che si ammetta la violazione delle leggi relativistiche.

Lo stesso Bell ha lasciato aperta la possibilità di concepire un'interazione causale diretta tra due sistemi con separazione di tipo *space-like*. Ecco cosa lo scienziato sosteneva in una delle sue discussioni:

> La soluzione più economica consiste nel tornare indietro ad una relatività di tipo precedente a quella di Einstein, quando persone come Lorentz e Poincaré pensavano che ci fosse un

> etere - un sistema preferenziale di riferimento [...]. Ora, in quel modo noi possiamo immaginare che ci sia un sistema di riferimento preferenziale, e in questo sistema di riferimento preferenziale le cose vanno ad una velocità maggiore di quella della luce.[51]

Ma come spiegare diversamente, ciò che non può essere in alcun modo spiegato per nesso causale diretto?

La risposta a questo quesito sarà fornita nel capitolo successivo, nel quale mi soffermerò particolarmente sul legame tra *Completeness* e Causalità, e sull'importanza del lavoro di Bas van Fraassen del 1982.

[51] P.C.W. Davies, J.R. Brown, *Il fantasma nell'atomo*, tr. it, Roma, Città Nuova Editrice, 1992 [1986], p. 109.

# Capitolo 3

# Le correlazioni quantistiche e il Principio di Causa Comune di Reichenbach

Ogni qual vota due eventi distanti, $A$ e $B$, si verificano congiuntamente più frequentemente di quanto corrisponderebbe alla loro occorrenza indipendente, cioè se gli eventi soddisfano la seguente relazione statistica:

$$P(AB) > P(A) \cdot P(B) \tag{3.1}$$

è possibile postulare un evento precedente $C$ che è causa comune di $A$ e di $B$, e che spiega la mancanza di indipendenza statistica tra i due eventi[1].

Questo principio generale, noto come "Principio di Causa Comune", è stato introdotto per la prima volta da Hans Reichenbach nel 1956[2] ed esso suggerisce che i casi in cui si diano due eventi che si verificano congiuntamente in luoghi distinti, con frequenza maggiore di quanto ci si aspetterebbe se essi fossero indipendenti, devono essere spiegati individuando la causa comune responsabile del verificarsi di entrambi gli eventi in questione.

[1]La relazione (3.1) afferma che $A$ e $B$ non sono indipendenti.

[2]H. Reichenbach, *The Direction of Time*, Berkeley, University of California Press, 1956.

In questo modo le dipendenze statistiche sono ridotte a dipendenze causali. Vediamo cosa scriveva Reichenbach in riferimento ai casi in cui si osserva il verificarsi simultaneo e regolare di eventi apparentemente non relati:

> The schema of this reasoning illustrates the rule that the improbable should be explained in terms of causes, [...] the logical schema that governs it may be called the *principle of the common cause*. It can be stated in the form: *If an improbable coincidence has occurred, there must exist a common cause.*[3]

Reichenbach parla di "correlazioni improbabili", intendendo con queste "coincidenze inaspettate", sullo sfondo di dirette relazioni causali tra eventi correlati. Il filosofo postula l'esistenza di cause comuni solo per quelle correlazioni che non possono essere spiegate con il sussistere di un nesso causale diretto tra gli eventi in questione.

Il Principio di Causa Comune altro non sostiene, insomma, che l'esistenza di cause comuni ogni volta che occorrono improbabili coincidenze tra sistemi distanti.

Pertanto appare alquanto ovvio porci la seguente domanda: è possibile spiegare le correlazioni presenti negli esperimenti di tipo EPR ipotizzando una causa comune?

È ancora un problema controverso se il Principio di *Common Cause*, possa essere usato come base per una valida inferenza causale. Infatti, le sue applicazioni alla Meccanica Quantistica rappresentano un problema ancora ampiamente discusso.

Gli anni Ottanta e i primi anni Novanta hanno visto una raffica di scritti indirizzati esattamente alla connessione tra il Principio di Causa Comune e le correlazioni EPR, in particolar modo tra il modello reichenbachiano di causa comune e le correlazioni quantistiche.

Esistono, infatti, differenti modi per caratterizzare in termini statistici le cause comuni. Un modo possibile è appunto quello proposto da Reichenbach, che introduce il suo modello di *conjunctive forks*, descrivendolo attraverso specifiche relazioni probabilistiche.

[3] *Ivi*, p. 157.

## 3.1 Il modello di *conjunctive forks* di Reichenbach

Certamente è ad Hans Reichenbach che si deve il primo tentativo di elaborare una teoria della causalità probabilistica. Come tutte le teorie statistiche della causalità, quella di Reichenbach deve affrontare un problema di notevole importanza: le relazioni causali sono asimmetriche, mentre quelle di rilevanza statistica sono simmetriche. Per la soluzione di questo problema assume notevole importanza la nozione di "marchio", introdotta dapprima da Reichenbach e successivamente utilizzata da Wesley Salmon.

Questa nozione consente a Reichenbach, non solo di distinguere correlazioni spurie da genuine relazioni causali, ma anche di fondare in qualche modo un intimo legame tra direzionalità causale e direzionalità temporale, intimo legame che viene consolidato appunto dal modello causale di *conjunctive forks*, introdotto dal filosofo proprio con l'intento di spiegare l'asimmetria temporale.

Hans Reichenbach introduce il suo celebre modello di causa comune nella sua opera postuma *The Direction of Time*[4].

Come già accennato, Reichenbach introduce il suo *Common Cause Principle* nel tentativo di caratterizzare la freccia del tempo. Il suo principale obiettivo è ridurre la direzione temporale all'asimmetria causale.

Il tentativo di assimilare la freccia del tempo alla freccia causale è già presente, in qualche modo, in Immanuel Kant nella *Dottrina Trascendentale degli Elementi*, nella *Seconda Analogia* della *Critica della Ragion Pura*[5]. Secondo il filosofo esiste un'intima connessione tra causalità e direzionalità temporale, in modo tale che l'ordine causale degli eventi corrisponde esattamente all'ordine temporale di questi. Per Kant, infatti, la relazione causale ci offre un criterio per stabilire l'ordine temporale:

> Io percepisco il susseguirsi dei fenomeni, percepisco cioè che in un determinato tempo vi è uno stato di cose, mentre precedentemente vi era lo stato opposto. Quindi io, propriamente, connetto due percezioni nel tempo. Ma la connessione, in verità, non è il prodotto del semplice senso e dell'intuizione,

[4]H. Reichenbach, *The Direction of Time*, Berkeley, University of California Press, 1956.

[5]*Principio della successione temporale secondo la legge di causalità.*

> bensì il risultato di una capacità sintetica dell'immaginazione, che determina il senso interno in ordine al rapporto temporale. L'immaginazione è però in grado di connettere i due stati di cui si parla, in due maniere diverse, sì che o l'uno o l'altro abbia a precedere nel tempo; infatti, il tempo come tale non può essere percepito e non è possibile, in rapporto ad esso, determinare nell'oggetto, per così dire empiricamente, ciò che precede e ciò che segue [...]; o, in altre parole: la semplice percezione lascia indeterminata la determinazione oggettiva dei fenomeni che si succedono. Ora affinché questa relazione venga conosciuta nella sua determinatezza, bisogna concepire la relazione tra i due stati in modo tale che risulti determinato necessariamente quali dei due debba precedere e quale seguire, senza equivoco. Ma un concetto che adduca la necessità dell'unità sintetica non può essere che un concetto puro dell'intelletto, quale non si trova nella percezione; in questo caso si tratta del concetto della relazione di causa ed effetto, in cui la prima determina il secondo nel tempo come conseguenza e non come qualcosa che nella semplice immaginazione potrebbe precedere (o come qualcosa che potrebbe non essere percepito). L'esperienza, dunque, ossia la conoscenza empirica dei fenomeni, non è possibile che in quanto sottoponiamo alla legge di causalità il loro susseguirsi, quindi ogni mutamento.[6]

L'intima connessione tra causalità e direzionalità temporale è stata ripresa da Reichenbach, oltre che in *The Direction of Time*, anche in *Philosophy of Space and Time.* Vediamo che cosa dice il filosofo al riguardo:

> Se $E_2$ è l'effetto di $E_1$, allora $E_2$ viene detto posteriore a $E_1$.[7]

Ma, come consiglia Reichenbach, bisogna assicurarsi che la nozione di "posteriore a" non comporti un ragionamento circolare:

> Possiamo effettivamente riconoscere ciò che è una causa e ciò che è un effetto senza conoscere il loro ordine temporale? Non dovremmo piuttosto dire che di due eventi connessi causalmente l'effetto è quello posteriore? Questa obiezione deriva dall'assunzione secondo cui la causalità indica una connessione

[6] I. Kant, *Critica della Ragion Pura*, tr. it., Torino, Unione Tipografico-Editrice Torinese, 1967, p. 226.

[7] H. Reichenbach, *Filosofia dello Spazio e del Tempo*, tr. it., Milano, Feltrinelli Editore, 1977 [1958], p. 158.

> tra due eventi, ma non assegna ad essi una direzione. Questa assunzione, tuttavia, è errata. La causalità stabilisce tra due eventi non una relazione simmetrica, ma una relazione asimmetrica.[8]

Dati due eventi, $E_1$ ed $E_2$, come fa la causalità a stabilire il loro ordine temporale? Reichenbach ricorre al principio del *marchio causale* e propone quanto segue:

> *Se $E_1$ è la causa di $E_2$, allora una piccola variazione (un contrassegno) in $E_1$ è accompagnata da una piccola variazione in $E_2$, mentre piccole variazioni in $E_2$ non sono accompagnate da variazioni in $E_1$.*[9]

Reichenbach, pertanto, include il principio del marchio causale tra i fondamenti della teoria del tempo, sottolineando un stretto legame tra direzionalità causale e direzionalità temporale.

Ma sono è la nozione di "causa comune" a meglio caratterizzare ciò che è noto come "direzione del tempo", soprattutto per quanto concerne quei fenomeni meglio conosciuti come "fenomeni irreversibili".

Reichenbach enuncia il Principio di *Common Cause* in termini di precise strutture statistiche che egli chiama *conjunctive forks.* Intuitivamente il *Common Cause Principle* sostiene che, quando si verificano apparenti coincidenze che è improbabile attribuire al caso, esse possono essere spiegate facendo riferimento ad un'antecedente causa comune. Nel tentativo di caratterizzare la struttura formale del Principio di Causa Comune, Reichenbach introduce la citata nozione di *conjunctive forks*, definendola in termini di alcune condizioni fondamentali da cui la relazione (3.1) segue[10]:

$$P(AB/C) = P(A/C) \cdot P(B/C) \tag{3.2}$$

$$P(AB/\neg C) = P(A/\neg C) \cdot P(B/\neg C) \tag{3.3}$$

$$P(A/C) > P(A/\neg C) \tag{3.4}$$

$$P(B/C) > P(B/\neg C) \tag{3.5}$$

[8] *Ivi*, p. 159.

[9] *Ibidem.*

[10] Per la presente discussione non è necessario fornire la dimostrazione per cui la relazione (3.1) segue dalle condizioni (3.2)-(3.5). Per la dimostrazione dettagliata si rimanda a H. Reichenbach (1956), pp. 160-161.

La relazione (3.1) afferma che A e B non sono indipendenti, tuttavia A e B occorrono indipendentemente rispetto a C, come mostrato dalla condizione (3.2), nota anche come "condizione di *screening-off*". La mancanza di indipendenza tra A e B è spiegata dall'evento antecedente C, che funge da causa comune e rispetto a cui i due eventi sono indipendenti. La causa comune C è indice di una dipendenza statistica tra A e B. In assenza di C, A e B sono di fatto indipendenti come mostra la condizione (3.3). Le condizioni (3.4) e (3.5) affermano che C è una causa positiva per A e B, dal momento che la probabilità di ciascuno di questi eventi è maggiore in presenza di C che in sua assenza. La direzione predominante delle biforcazioni congiuntive, aperte verso il futuro e chiuse verso il passato, segna anche la direzione in cui scorre il tempo.

La forcella congiuntiva di Reichenbach può essere precisamente rappresentata come segue:

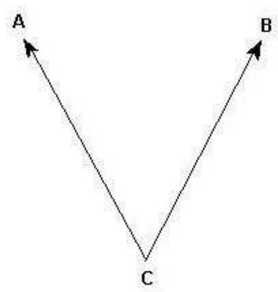


Figura 3.1: La forcella congiuntiva di Reichenbach

Era idea di Reichenbach che le cause comuni fossero inserite all'interno di "forcelle aperte verso il futuro" o più semplicemente all'interno di "forcelle congiuntive aperte".

La predilezione reichenbachiana per le forcelle congiuntive aperte, tuttavia, è un problema controverso. Infatti, una parte della comunità scientifica, di cui fa parte lo studioso Huw Price[11], ha puntualizzato l'esistenza di una tensione tra l'ordine temporale imposto dalle *conjunctive forks* e la simmetria temporale caratteristica della microfisica, tenendo aperta la possibilità di ciò che oggi è noto come *backward causation*. Ad ogni modo, non è mia intenzione trattare le teorie retro-causative in questa sezione; ritornerò sull'argomento in relazione ai modelli di *common cause* per le correlazioni EPR.

[11] H. Price, *Time's Arrow and Archimede's Point*, Oxford, Oxford University Press, 1996.

Una formalizzazione ancora più precisa del modello di *conjunctive forks* di Reichenbach potrebbe esserci utile nelle sezioni successive, soprattutto quando tratterò in maniera dettagliata le possibili soluzioni causali alle correlazioni EPR. La formalizzazione algebrica che presentiamo qui di seguito è basata sul recentissimo lavoro di Hofer-Szabó, Rédei e Szabó (Scuola di Budapest)[12].

Si mostra dapprima la seguente definizione di "correlazione positiva":

*Sia ($\boldsymbol{S}$, p) uno spazio classico di misurazione di probabilità, in cui l'algebra booleana $\boldsymbol{S}$ rappresenta l'insieme degli eventi e p la misura di probabilità definita su $\boldsymbol{S}$. Se $A$, $B \in \boldsymbol{S}$ sono tali che*

$$p(A \wedge B) - p(A) \cdot p(B) > 0 \tag{3.6}$$

*allora gli eventi A e B sono detti essere positivamente correlati, e possiamo scrivere $Corr_p(A, B)$.*

Ora può essere caratterizzata in maniera non ambigua una causa comune reichenbachiana di $Corr_p(A, B)$:

*$C \in \boldsymbol{S}$ è una qualsiasi causa comune reichenbachiana della correlazione $Corr_p(A, B) = p(A \wedge B) - p(A) \cdot p(B) > 0$ se valgono le seguenti condizioni*:

$$P(AB/C) = P(A/C) \cdot P(B/C) \tag{3.7}$$

$$P(AB/\neg C) = P(A/\neg C) \cdot P(B/\neg C) \tag{3.8}$$

$$P(A/C) > P(A/\neg C) \tag{3.9}$$

$$P(B/C) > P(B/\neg C) \tag{3.10}$$

*Dove p(A/B) = p(A ∧ B)/p(B) denota la probabilità di A condizionata a B e si assume che nessuna delle probabilità p(X) (X = A, B, C, ¬ C), sia pari a zero*[13].

[12] Si veda per esempio: G. Hofer-Szabó, M. Rédei, L. Szabó, "Reichenbach's Common Cause Principle: Recent Results and Open Questions", *Reports on Philosophy*, 20 (2000), pp. 85-107.

[13] G. Hofer-Szabó, M. Rédei, L. Szabó, "Reichenbach's Common Cause Principle: Recent Results and Open Questions", *Reports on Philosophy*, 20 (2000), p. 1.

Si noti che la definizione della *Reichenbachian common cause* sopra riportata si riferisce a correlazioni positive. Tuttavia, come precisano gli stessi autori, la definizione può essere generalizzata anche a correlazioni negative[14].

Inoltre, si tenga presente che, anche se abbiamo parlato di uno spazio classico di probabilità, possiamo dare un'analoga definizione di *Reichenbach's common cause* anche per uno spazio di probabilità quantistico (*von Neumann probability space*), con conseguente applicazione della citata definizione anche alle correlazioni quantistiche.

Come si può facilmente vedere, la definizione sopra data di causa comune non è niente di più che un'altra versione formalizzata dell'originale criterio proposto da Reichenbach. Essa consente, tuttavia, una formalizzazione all'interno di un algebra booleana degli eventi, in modo che le cause comuni possano essere viste come eventi di un algebra, eventi che rispettano qualche restrizione, come per esempio la condizione di *screening-off*.

## 3.2 La condizione di *screening-off* e la dimostrazione di van Fraassen

L'idea su cui voglio focalizzare maggiormente la mia attenzione è espressa dalla nozione di *screening-off*, cioè dalla prima condizione enunciata nel modello di *conjunctive forks* di Reichenbach.

Il legame tra questa condizione e la condizione di *Completeness*, enunciata da Jarrett, è evidente: si tratta esattamente della stessa condizione. Ed è dunque, evidente il legame tra *Completeness* stessa e concetto di Causalità. Non a caso la stessa condizione jarrettiana sarà definita da Bastian van Fraassen con il nome di *Causality*[15].

Abbiamo già visto l'importanza fondamentale della condizione di *Completeness* per la derivazione del Teorema di Bell e sarà proprio la stretta somiglianza tra questa condizione e la nozione reichenbachiana di *screening-off* a condurre van Fraassen verso l'identificazione delle variabili nascoste introdotte da John Bell con cause comuni alla Reichenbach.

[14] Analizzeremo meglio questo punto nella sezione nella sezione (4.2) del presente lavoro.

[15] B. van Fraassen, "The Charybdis of Realism: Epistemological Implications of Bell's Inequality", *Synthese*, 52 (1982), pp. 25-38.

Bas van Fraassen nel suo *The Charybdis of Realism: Epistemological Implications of Bell's Inequality* propose, infatti, un'interessante versione del Teorema di Bell, identificando le variabili nascoste con cause comuni alla Reichenbach. Ad ogni modo, van Fraassen giunse a conclusioni che oggi appaiono essere totalmente ingiustificate. La conclusione che questi trasse dal suo lavoro è che nessuna spiegazione causale poteva essere data alle correlazioni EPR, con la conseguenza antirealista secondo cui la natura sarebbe stata, a livello microscopico, a-causale.

Tuttavia, quest'opinione non è totalmente condivisa e il dibattito è aperto e particolarmente vivace dall'ultimo ventennio. Oggi, alla maggior parte di coloro che si occupano di correlazioni EPR, la conclusione di van Fraassen appare totalmente ingiustificata poiché il Teorema di Bell, così interpretato, mostrerebbe soltanto che nessun criterio Reichenbachiano di causa comune può riprodurre le correlazioni quantistiche.

Il lavoro di van Fraassen prende il via dal considerare alcuni casi speciali che si verificano negli esperimenti di tipo EPR: i già citati casi di correlazioni perfette di esiti opposti, cioè di anticorrelazioni perfette.

Quando i due polarizzatori sono orientati nella stessa direzione; infatti, è vero il seguente postulato:

$$P(Lia \wedge Ria/Li \wedge Ri) = 0 \tag{3.11}$$ [16]

Dove $Lia$ sta per esito di misurazione $a$ sul lato sinistro del setting sperimentale in direzione $i$; $Ria$ sta per esito di misurazione $a$ sul lato destro del setting sperimentale in direzione $i$; $Li$ sta per operazione di misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale in direzione $i$ e $Ri$ sta per operazione di misurazione sul lato destro del setting sperimentale in direzione $i$.

Mentre, per quanto concerne le *anticorrelazioni perfette* è vero il seguente postulato probabilistico:

$$P(Lia \wedge Rib/Li \wedge Ri) = 1 \tag{3.12}$$

Dove $Rib$ sta per esito di misurazione $b$ sul lato destro del setting sperimentale in direzione $i$.

[16] Per presentare l'argomentazione di van Fraassen, mi servirò della notazione usata da quest'ultimo, che risulta essere comunque molto simile a quella fin qui utilizzata.

Un'importante condizione che van Fraassen introduce per salvaguardare la Relatività Ristretta di Einstein è la condizione di *Surface Locality*[17]:

$$P(Lia/Li \wedge Rj) = P(Lia/Li) \tag{3.13}$$

$$P(Rjb/Li \wedge Rj) = P(Rjb/Rj) \tag{3.14}$$

Dove $Rjb$ sta per esito di misurazione $b$ sul lato destro del setting sperimentale in direzione $j$ e $Rj$ sta per operazione di misurazione sul lato destro del setting sperimentale in direzione $j$.

Secondo questa condizione gli esiti su un lato del setting sperimentale sono statisticamente indipendenti dal tipo di misurazione effettuata sull'altro lato del sistema.

In un momento successivo van Fraassen introduce le cosiddette variabili nascoste, che non compaiono ad un livello di superficie. Come già accennato, queste variabili nascoste sono identificate con cause comuni alla Reichenbach e consentono l'introduzione di altre tre condizioni, la prima delle quali è la *Causality*:

$$P(Lia \wedge Rjb/Li \wedge Rj \wedge Aq) = P(Lia/Li \wedge Rj \wedge Aq)P(Rjb/Li \wedge Rj \wedge Aq) \tag{3.15}$$

Dove, ancora una volta, i fattori $Li$ e $Rj$ stanno rispettivamente per le misurazioni compiute sul lato sinistro e sul lato destro del setting sperimentale; $Aq$ sta per le nostre variabili nascoste che qui, come già detto, sono cause comuni; $Lia$ e $Rjb$ rappresentano gli esiti di misurazione[18].

Chiaramente quest'ultima assunzione è un'applicazione del criterio di causa comune di Reichenbach, anche se bisogna precisare che a fungere da *screener-off* non è solo l'evento $Aq$, ossia la nostra nascosta causa comune, ma piuttosto la congiunzione dei seguenti eventi: $Li \wedge Rj \wedge Aq$. Tuttavia è importante sottolineare che ognuna delle sopraccitate cause comuni agisce indipendentemente l'una dall'altra e questo è quanto viene specificato nelle altre due seguenti condizioni:

*Hidden Locality*:

$$P(Lia/Li \wedge Rj \wedge Aq) = P(Lia/Li \wedge Aq) \tag{3.16}$$

[17]Questa condizione è definita *di superficie* in quanto ancora non si parla di variabili nascoste e di cause totali.

[18]Evidente è la somiglianza tra questa condizione e la condizione di Completezza introdotta da Jon Jarrett.

$$P(Rjb/Li \wedge Rj \wedge Aq) = P(Rjb/Rj \wedge Aq) \tag{3.17}$$

Questa condizione stabilisce che, data la nostra variabile nascosta $Aq$, gli esiti su un lato del setting sperimentale sono statisticamente indipendenti dal tipo di misurazione effettuata sull'altro lato del sistema.[19]

*Hidden Autonomy*:

$$P(Aq/Li \wedge Rj) = P(Aq) \tag{3.18}$$

Questa condizione stabilisce che $Aq$, la nostra causa comune nascosta, è indipendente dal tipo di misurazione effettuata sui due lati del setting sperimentale.

Il risultato delle ultime tre condizioni enunciate può essere visualizzato nella seguente figura:

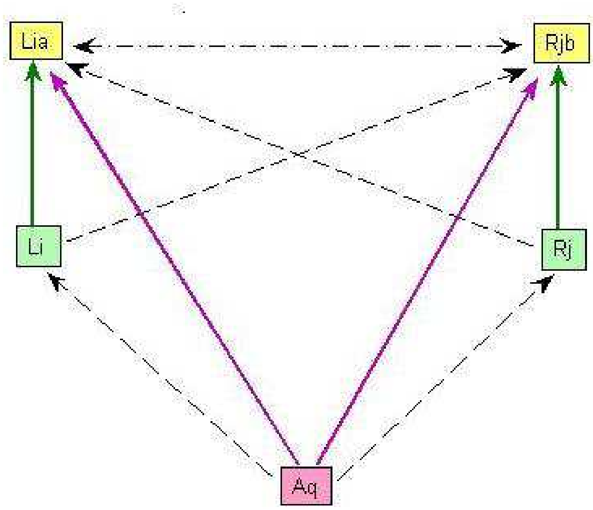


Figura 3.2: *Causality*, *Hidden Locality* e *Hidden Autonomy* in van Fraassen

Dove la linea tratteggiata sta ad indicare che il *link* tracciato dalla freccia non è ammesso.

Come ha mostrato Jarrett nel 1984, la condizione di Fattorizzabilità (*Strong Locality*) è derivabile unicamente dalla condizione

[19]Si noti che questa condizione è analoga a quella definita da Jon Jarrett come *Località*.

di *Causality* (Completezza) e dalla condizione di *Hidden Locality* (Località)[20].

Van Fraassen deriva la diseguaglianza di Bell attraverso tre passaggi fondamentali.

Il primo passo consiste nel mostrare che l'esistenza di correlazioni perfette di opposti esiti di misurazione e la condizione di Causality implicano determinismo, definito da van Fraassen come *determinismo parziale*. Vediamo nel dettaglio la derivazione:

$$0 = P(Lia \wedge Ria/Li \wedge Ri)$$

Per la probabilità assegnata alle correlazioni perfette di identici esiti di misurazione.

$$= P(Lia \wedge Ria/Li \wedge Ri \wedge Aq)$$

Data l'introduzione della nostra variabile nascosta che funge da causa comune.

$$= P(Lia/Li \wedge Ri \wedge Aq) \cdot P(Ria/Li \wedge Ri \wedge Aq)$$

Per la condizione di *Causality*.

Ora poiché questo prodotto è pari a *zero*, allora uno dei due moltiplicandi presenti nell'ultima formula deve essere pari a *zero*. L'altro moltiplicando dovrà necessariamente essere pari ad *uno*, dato che uno dei due possibili esiti deve con certezza accadere essendo i risultati di misura perfettamente anticorrelati.

Infatti, se $P(Li-/Li \wedge Ri \wedge Aq) \neq 0$ allora $P(Ri-/Li \wedge Ri \wedge Aq) = 0$ e dunque $P(Ri+/Li \wedge Ri \wedge Aq) = 1$. Ne consegue che, dato $Li \wedge Ri \wedge Aq$, tutti gli esiti sperimentali hanno probabilità *zero* oppure *uno*. Cioè:

$P(Lia/Li \wedge Ri \wedge Aq) = 0$ oppure 1

$P(Rjb/Li \wedge Ri \wedge Aq) = 0$ oppure 1.

Questo passaggio è molto importante, poiché si assume che, data l'inesistenza di correlazioni perfette di esiti identici e data la condizione reichenbachiana di *screening-off* (*Causality* in van Fraassen), le nostre cause comuni dovrebbero agire in maniera totalmente deterministica. Questo stesso ragionamento è anche alla base di un importante e analogo lavoro proposto da Patrick Suppes e Mario Zanotti

[20] Probabilmente Van Fraassen introduce la sua condizione di *Hidden Autonomy* per evitare un modello cospirativo e tutti i problemi che esso comporterebbe. Parlerò dei modelli cospirativi nelle sezioni 4.2.1 e 4.3.

già nel 1976[21]. In questo lavoro si dimostra che una causa comune reichenbachiana (*screener-off*) di correlazioni perfette di esiti opposti è deterministica:

$$(PCORR \wedge SO) \rightarrow DCC^{22} \tag{3.19}$$

Dove *PCORR* sta per *correlazioni perfette di opposti esiti di misurazione*, *SO* per *screening-off* e *DCC* per *causa comune deterministica.*

Si tratta di un risultato che, come vedremo, si mostrerà determinante per la ricerca nel campo delle correlazioni EPR e nel caso specifico per la derivazione del Teorema di Bell.

Dopo aver dedotto il determinismo parziale, van Fraassen deriva il *determinismo completo* usando la condizione di *Hidden Locality*, secondo cui, data la variabile nascosta $Aq$, gli esiti su un lato del setting sperimentale sono statisticamente indipendenti dal tipo di misurazione effettuata sull'altro lato del sistema:

$$P(Lia/Li \wedge Aq) = P(Lia/Li \wedge Ri \wedge Aq) = 0 \text{ oppure } 1$$

$$P(Rjb/Ri \wedge Aq) = P(Rjb/Li \wedge Ri \wedge Aq) = 0 \text{ oppure } 1.$$

Questo risultato è successivamente utilizzato per classificare tutte le possibili cause comuni di un generico esperimento EPR. Precisamente i valori che la causa comune $C$ ($Aq$) può assumere sono classificati in base alle risposte che $C$ può dare alle due seguenti domande:

(a) Dato $Li$, si verifica $Li+$ ?

(b) Dato $Rj$, si verifica $Rj+$ ?

Dove $Li+$ e $Rj+$ stanno rispettivamente per esito di misurazione di spin positivo in direzione $i$ sul lato sinistro del setting sperimentale e per esito di misurazione di spin positivo in direzione $j$ sul lato destro del setting sperimentale.

Poiché $C$ è, come detto, deterministica, ognuna di queste due domande riceve una risposta definita: *sì* oppure *no*, con probabilità pari ad *uno*.

Poiché ci sono tre domande della forma (a), o (b), ognuna con due risposte, le cause comuni saranno di $2^3 = 8$ tipi. Dove le tre

[21]P. Suppes, M. Zanotti, "On the Determinism of Hidden Variable Theories with Strict Correlation and Conditional Statistical Independence of Observables", in P. Suppes (cur.), *Logic and Probability in Quantum Mechanics*, Reidel, 1976, pp. 445-455.

[22]La notazione qua utilizzata è tratta da I. San Pedro García e M. Suárez (2008).

domande rappresentano le tre possibili direzioni di misurazione su ciascun lato del setting sperimentale e le due possibili risposte *sì* e *no*, rappresentano precisamente le risposte *spin-up* e *spin-down*.

Consideriamo la domanda:

(a) Dato $Li$, si verifica $Li+$ ?

Gli otto tipi di causa comune possono essere rappresentati nel seguente modo:

$$L1L2L3$$

$$SNN$$

$$SSN$$

$$SSS$$

$$NSS$$

$$NNS$$

$$NNN$$

$$SNS$$

$$NSN$$

Dove $L1, L2, L3$ rappresentano le tre possibili misurazioni che possono essere effettuate sul lato sinistro del setting sperimentale e le lettere $S$ ed $N$, indicano rispettivamente le risposte *sì* e *no* alla domanda (a). Così, per esempio:

$$L1L2L3$$

$$SNN$$

Sta per:

$$L1L2L3$$

$$+--$$

E possiamo dire che:

$$p(L1+/L1 \wedge Aq) = p(L2-/L2 \wedge Aq) = p(L3-/L3 \wedge Aq) = 1$$

Seguendo van Fraassen, supponiamo ora di effettuare le misurazioni *L1* e *R2*. Qual è la probabilità di avere gli esiti $L1+$ e $R2+$ ?

Sappiamo di dover escludere tutti i casi in cui ho *L2+*, poiché non esistono perfette correlazioni e stiamo supponendo *R2+*. Dobbiamo anche escludere tutti i casi di $L1-$, dato che stiamo supponendo *L1+*. Per cui rimangono a disposizione solo due possibili tipi di causa comune. Precisamente:

$$L1L2L3$$

$$+--$$

E:

$$L1L2L3$$

$$+-+$$

Ora la probabilità congiunta $p(L1 + \wedge R2 + /L1 \wedge R2)$ sarà data da:

$$p(L1 + \wedge R2 + /L1 \wedge R2) =$$
$$p(L1 + \wedge R2 + /L1 \wedge R2 \wedge C + --) \cdot p(C + --) +$$
$$+p(L1 + \wedge R2 + /L1 \wedge R2 \wedge C + -+) \cdot p(C + -+)$$

Come conseguenza del determinismo completo, tutte le probabilità condizionali nell'ultimo lato dell'equazione sono pari ad *uno* e possiamo pertanto scrivere:

$$p(L1 + \wedge R2 + /L1 \wedge R2) = p(C + --) + p(C + -+)$$

In modo del tutto analogo possiamo derivare:

$$p(L2 + \wedge R3 + /L2 \wedge R3) = p(C + +-) + p(C - +-)$$

$$p(L1 + \wedge R3 + /L1 \wedge R3) = p(C + +-) + p(C + --)$$

Combinando queste due equazioni otteniamo:

$$p(L1{+}\wedge R2{+}/L1\wedge R2){+}p(L2{+}\wedge R3{+}/L2\wedge R3) \geq p(L1{+}\wedge R3{+}/L1\wedge R3) \tag{3.20}$$

Che è esattamente la diseguaglianza di Bell.

Ora, poiché la Meccanica Quantistica predice una violazione del teorema di Bell, violazione che, come già detto, sembra inoltre essere confermata dall'esperimento del 1982 di Parigi, e poiché si esclude la possibilità di un'interazione diretta tra i due sottosistemi coinvolti nell'esperimento di EPR[23], van Fraassen giunge alla seguente conclusione radicale:

> No causal model can fit the phenomena that violate Bell's Inequalities.[24]

Come già accennato e come vedremo meglio in seguito, la conclusione di van Fraassen, nonostante lo scalpore che essa ha suscitato in ambiente filosofico e scientifico, appare oggi ingiustificata, poiché il Teorema di Bell, così interpretato, mostrerebbe soltanto che nessuna condizione di *screening-off*, e quindi nessun modello di *Common Cause* alla Reichenbach, può riprodurre le correlazioni quantistiche.

## 3.3 *Screening-off* e Condizione Causale di Markov

La letteratura più recente aspira a mostrare la stretta somiglianza tra la condizione di *screening-off* di Reichenbach e una condizione più generale nota col nome di *Causal Markov Condition*. La *Causal Markov Condition* rappresenta la cruciale assunzione del più potente contemporaneo programma sull'inferenza causale. Essa è intesa come una generalizzata versione della condizione di *screening-off*, cioè come un'estrapolazione di questo principio per grafi aciclici orientati e può essere definita, seguendo Richard Scheines[25] e Judea Pearl[26], come segue:

*Una variabile X di un insieme di variabili V è indipendente da ogni altra variabile Y, ad eccezione degli effetti di X, condizionata a tutte le sue cause dirette, dette "parenti di X" (Par(X)).*

[23] In conformità con le leggi della Teoria della Relatività.

[24] B. van Fraassen, *Quantum Mechanics: An Empiricist View*, Oxford, Clarendon Press, 1991, p. 106.

[25] R. Scheines, "An Introduction to Causal Inference", in V. McKim e V. Turner, *Causaliy in Crisis?*, Notre Dame, University of Notre Dame Press, 1997, pp. 185-199.

[26] J. Pearl, *Causality: Models, Reasoning and Inference*, New York, Cambridge University Press, p. 20.

In maniera più specifica:

$p(X/Y \wedge Par(X)) = p(X/Par(X))$

Dove, appunto, *Par(X)* è l'insieme di tutte le dirette cause di $X$ in $V$.

Potrebbe essere d'aiuto la seguente figura di un semplice grafo aciclico orientato:

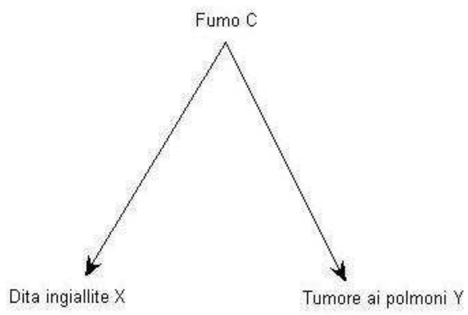


Figura 3.3a: Grafo aciclico orientato

In questo esempio la variabile $X$ è indipendente da $Y$ condizionata a $C$. Analogamente la variabile $Y$ è indipendente da $X$ condizionata a $C$. Questo grafo causale implica delle indipendenze statistiche secondo l'assunzione causale di Markov.

Il seguente grafo implica le stesse relazioni di indipendenza statistica sempre secondo la *Causal Markov Condition*:

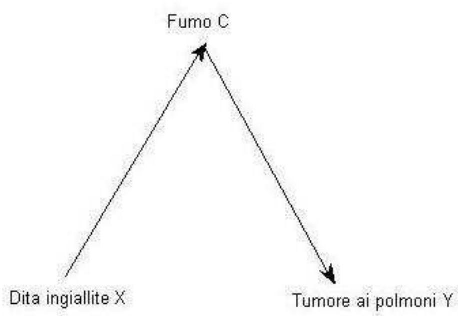


Figura 3.3b: Grafo aciclico orientato

La similitudine tra il Principio di *Common Cause* di Reichenbah e la *Causal Markov Condition* è evidente: la condizione di *screening-off* sostiene che una causa comune adombra i suoi effetti uno dall'altro, solo se non esiste un nesso causale diretto tra questi stessi effetti; la condizione markoviana sostiene che le variabili che sono parenti di $X$ ($Par(X)$) operano un adombramento di $X$ da ogni altra variabile $Y$, dell'insieme di variabili $V$, che non è causalmente connessa in maniera diretta con $X$.

Così se il parente di un esito di un evento di misurazione $a$ non adombra quest'ultimo da un altro esito di un evento di misurazione $b$, allora o $a$ e $b$ sono direttamente connessi causalmente o noi non abbiamo identificato l'unico parente responsabile.

È stato più volte osservato, ad esempio da Wesley Salmon[27], che molti fenomeni genuinamente probabilistici violano il Principio di Causa Comune di Reichenbach, più precisamente la condizione di *screening-off*. Più specificatamente i fenomeni di tipo EPR forniscono un esempio di correlazioni che non possono essere spiegate né da un nesso causale diretto né da un modello di causa comune, nella sua versione di *conjunctive forks*. Le correlazioni EPR sarebbero, quindi, un controesempio per il principio di *Common Cause di Reichenbach* ed esse rappresenterebbero, pertanto, anche un forte controesempio per la Condizione Causale di Markov. Tuttavia, alcuni autori sostengono che, sebbene le correlazioni EPR siano un controesempio per il modello di *conjunctive forks* di Reichenbach, esse non lo siano affatto per la condizione di Markov.

## 3.4 Le correlazioni EPR e la Condizione Causale di Markov

Da quanto detto finora emerge che le correlazioni EPR sarebbero un contro-esempio per il principio di *Common Cause* di Reichenbach e, data la somiglianza tra questo principio e la *Causal Markov Condition*, questi fenomeni sembrerebbero implicare anche una violazione della Condizione Causale di Markov.

Tuttavia, Daniel Hausman e James Woodward hanno un'opinione differente al riguardo[28].

Hausman e Woodward non arrivano a sostenere in alcun modo che la *Causal Markov Condition* sia valida per le correlazioni EPR, piuttosto sostengono che essa non rappresenti un contro-esempio per queste

[27] W. Salmon, *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press, 1984.

[28] D.M. Hausman, J. Woodward, "Independence, Invariance and Causal Markov Condition", *British Journal for the Philosophy of Science*, 50 (1999), pp. 521-583.

ultime, poiché ad esse non applicabile. La Condizione Causale di Markov sarebbe inappropriata alla correlazioni di tipo EPR. Esisterebbe, pertanto, una differenza sostanziale tra condizione di *screening-off* e *Causal Markov Condition*. Ma qual è questa differenza secondo Hausman e Woodward?

La differenza passa attraverso la definizione della Condizione di Modularità (MOD):

*Per tutti i componenti $C_n$ di un meccanismo **M**, un intervento che fissa il valore di uno dei componenti $C_i$ di **M** è tale che tutte le equazioni lineari che caratterizzano un sistema causale rimangono invariate, eccetto quella che possiede una variabile dipendente da $C_i$. La Modularità è pensata come una condizione fondamentale per distinguere nessi causali da nessi pseudo-causali. Così **b** è causa genuina di **a** se è possibile, almeno in linea di principio, intervenire su **b** per modificare il valore di **a** e se questo intervento lascia intatte tutte le altre componenti del meccanismo.*

All'interno della definizione di Modularità assume notevole importanza il concetto di "intervento". Se nel sistema che stiamo sottoponendo ad analisi non è possibile compiere alcun intervento, allora la Modularità non è falsa ma è, piuttosto, non applicabile. Poiché in Hausman e Woodward c'è un forte legame tra *Causal Markov Condition* e Modularità[29], allora quando non è possibile fare interventi su un dato sistema, non solo non è applicabile la Modularità, ma non lo è neppure la *Causal Markov Condition*.

L'idea di intervento rende distinguibile la condizione di *screening-off* dalla Condizione Causale di Markov. Per quanto concerne la condizione di adombramento, infatti, non si fa nessun esplicito riferimento alla nozione di intervento; per cui un sistema che non permette nessun intervento su qualcuna delle sue variabili può violare la condizione di *screening-off* senza violare la *Causal Markov Condition*.

Questo è quanto sostenuto da Hausman e Woodward per quanto concerne le correlazioni EPR. Il loro argomento consiste sostanzialmente nell'affermare che non è possibile intervenire su entrambi i distanti eventi di misurazione e che, conseguentemente, è impossibile valutare, in situazioni sperimentali di tipo EPR, la validità della condizione di Markov.

Hausman e Woodward sostengono il punto di vista secondo cui nelle situazioni sperimentali di tipo EPR non è possibile distinguere diverse componenti $C_n$ per l'intero meccanismo. Entrambe le particel-

[29]Per una spiegazione del legame che esiste tra queste due condizioni si veda sempre D.M. Hausman e J. Woodward (1999).

le coinvolte nelle correlazioni EPR sono in realtà "parti di un sistema olistico" non separabile.

Inoltre, sembra che non ci sia modo di controllare l'esito della prima misurazione e quindi di compiere un intervento che fissi gli esiti dell'esperimento. Quest'ultimo punto è stato affrontato molto bene da Bas van Fraassen in un importante lavoro risalente al 1985[30] e in un recente lavoro di Tim Maudlin[31]. Entrambi questi lavori sostengono che nessuna manipolazione della polarizzazione produce modifiche nelle probabilità degli esisti di misura. In maniera più tecnica possiamo scrivere:

$$p(L_x^+/L_x) = p(L_y^+/L_y) = p(L_z^+/L_z) = \frac{1}{2}$$

$$p(L_x^-/L_x) = p(L_y^-/L_y) = p(L_z^-/L_z) = \frac{1}{2}$$

Se facciamo una misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale.

E:

$$p(R_x^+/R_x) = p(R_y^+/R_y) = p(R_z^+/R_z) = \frac{1}{2}$$

$$p(R_x^-/R_x) = p(R_y^-/R_y) = p(R_z^-/R_z) = \frac{1}{2}$$

Se facciamo una misurazione sul lato destro del setting sperimentale.

Ne consegue che:

$$p(R_x^+/L_x) = p(R_y^+/L_y) = p(R_z^+/L_z) = \frac{1}{2}$$

$$p(R_x^-/L_x) = p(R_y^-/L_y) = p(R_z^-/L_z) = \frac{1}{2}$$

Se facciamo una misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale.

E:

$$p(L_x^+/R_x) = p(L_y^+/R_y) = p(L_z^+/R_z) = \frac{1}{2}$$

[30] B. van Fraassen, "Salmon on Explanation", *Journal of Philosophy*, 82 (1985), pp. 639-651.

[31] T. Maudlin, *Quantum Non-Locality and Relativity*, Oxford, Blackwell Publishing, 1994.

$$p(L_x^-/R_x) = p(L_y^-/R_y) = p(L_z^-/R_z) = \frac{1}{2}$$

Se facciamo una misurazione sul lato destro del setting sperimentale.

Da non confondere con:

$$p(R_x^+/L_x^- \wedge L_x) = p(R_y^+/L_y^- \wedge L_y) = p(R_z^+/L_z^- \wedge L_z) = 1$$

$$p(R_x^-/L_x^+ \wedge L_x) = p(R_y^-/L_y^+ \wedge L_y) = p(R_z^-/L_z^+ \wedge L_z) = 1$$

Se facciamo una misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale.

E con:

$$p(L_x^+/R_x^- \wedge R_x) = p(L_y^+/R_y^- \wedge R_y) = p(L_z^+/R_z^- \wedge R_z) = 1$$

$$p(L_x^-/R_x^+ \wedge R_x) = p(L_y^-/R_y^+ \wedge R_y) = p(L_z^-/R_z^+ \wedge R_z) = 1$$

Se facciamo una misurazione sul lato destro del setting sperimentale.

Tuttavia la posizione di Hausman e Woodward è stata brillantemente smentita da Nancy Cartwright in un lavoro del 2002:

> I think their proof that manipularity implies the causal Markov condition is not conclusive.[32]

Dal lavoro della Cartwright possiamo concludere che non è necessariamente richiesta la manipolabilità di un sistema per poter spiegare alcuni fenomeni utilizzando la *Causal Markov Condition*.

Da questo consegue che in Meccanica Quantistica è violata sia la condizione di *screening-off* che la condizione causale di Markov.

Ad ogni modo non è mia intenzione approfondire, nel presente lavoro, le critiche specifiche riguardanti il rapporto tra *Causal Markov Condition* e condizione di *screening-off*. Mi soffermerò, invece, su alcune possibili proposte di spiegazione causale per le correlazioni quantistiche.

[32]N. Cartwright, "Against Modularity, the Causal Markov Condition, and Any Link Between the Two: Comments on Hausman and Woodward", *British Journal for the Philosophy of Science*, 53(2002), pp. 411-453.

# Capitolo 4

# Il realismo causale in Meccanica Quantistica

L'argomento di van Fraassen ha certamente contribuito ad una grande quantità di assunzioni secondo cui la Meccanica quantistica non sarebbe una teoria causalmente interpretabile. Il lavoro di van Fraassen sembra, a prima vista, fornire una risposta negativa al seguente e importante quesito metafisico: ha il mondo microscopico una struttura causale?

Tuttavia, come già anticipato, la conclusione di van Fraassen appare oggi totalmente ingiustificata poiché il Teorema di Bell, così interpretato, mostrerebbe soltanto che nessun criterio Reichenbachiano può riprodurre le correlazioni quantistiche.

È possibile, infatti, ipotizzare una spiegazione causale delle correlazioni EPR in termini di un modello di *common cause* differente da quello proposto da Reichenbach. Inoltre i recentissimi lavori del Gruppo di Budapest mostrano un'elegante tentativo di spiegare causalmente le correlazioni EPR attraverso il recupero dello stesso modello reichenbachiano di causa comune. Un'ulteriore possibilità è anche rappresentata dai cosiddetti modelli *cospirativi*[1], che aspirano anch'essi ad un recupero del modello di *conjunctive forks* di Reichenbach.

La questione del realismo causale e quindi dell'esistenza del principio di causalità a livello metafisico rimane pertanto ancora aperta,

[1]Per il significato del termine 'cospirativo' si vedano le sezioni (4.2.1) e (4.3).

anche per il mondo dei quanti.

Parlerò dei modelli di *common cause* non reichenbachiani nel capitolo successivo e, prima di passare ad una descrizione dettagliata del lavoro svolto dal gruppo di Budapest e ad una descrizione dei modelli cospirativi, discuterò un'altra possibile soluzione al dilemma presentato dagli esperimenti di tipo EPR, ossia parlerò dei cosiddetti modelli di causazione diretta.

## 4.1 I modelli di causazione diretta per le correlazioni EPR

Come lo stesso Bernard d'Espagnat affermava:

> Either one event causes the other or both events have a common cause.[2]

Così, un'altra soluzione alle correlazioni EPR consisterebbe nel costruire un modello di causazione diretta.

Interessante è al riguardo la soluzione proposta da Nancy Cartwright e Hasok Chang nel 1993 [3]. I due autori non mostrano alcuna riluttanza a mettere da parte la Teoria della Relatività Ristretta per quanto concerne le correlazioni EPR. Del resto, come in Aristotele, sembra valere anche in epoca contemporanea l'assunto secondo cui la Metafisica seguirebbe dalla Fisica. "La metafisica non può, pertanto, ignorare la fisica", questo è l'assunto fondamentale da cui partono Cartwright e Chang, che nel loro lavoro sostengono:

> Instead of trying to impose some pre-set (and essentially classical) notion of causality on EPR, we can ask what lessons EPR can teach us about causality.[4]

Cartwright e Chang propongono un *superluminal-causal model* per le correlazioni EPR:

[2]B. d'Espagnat, "The Quantum Theory and Reality", *Scientific American*, 241, 5 (1979), p. 160.

[3]N. Cartwright, H. Chang, "Causality and Realism in the EPR experiment", *Erkenntnis* 38, 2 (1993), pp. 169-190.

[4]*Ivi*, p. 169.

> The distant correlations are, after all, facts. Experiments verify them, and quantum mechanics assures us that they are no accidents of finite sampling. What we have learned from experience is that there are peculiar relations between measurement outcomes on microscopic systems with interwined histories, and that these relations look just like superluminal propagation of causes. Why refuse to call them that? [...] Rather, we want to voice our doubt that relativity has much relevance to the EPR situation.[5]

La Teoria della Relatività vieta, inoltre, che l'informazione viaggi a velocità maggiori di quella della luce, ma non è chiaro quale sia la natura di questa informazione. Noi sappiamo che non è possibile inviare segnali superluminali tra due sistemi *space-like separated*, laddove con segnale si intende *informazione controllata*, almeno secondo la definizione che Tim Maudlin dà di segnale:

> As usually conceived, signalling is a process by means of which humans (or other creatures or things appropriately like humans) can communicate with each other. When we characterize one system as a transmitter and another as a receiver of a signal, we require that a controllable aspect of the transmitter be correlated with some observable aspect of the receiver. The notion of a signal is thereby doubly anthropocentric: it depends on a prior specification of what the sender can freely manipulate and what the observer can see.[6]

Come già osservato alla fine della sezione (3.4) del presente lavoro, van Fraassen, in un articolo risalente al 1985[7], ha mostrato che nessuna manipolazione della polarizzazione negli apparati di misurazione coinvolti nell'esperimento di EPR produce modifiche nelle probabilità degli esiti di misura.

Predisporre l'apparato di misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale a nostro piacimento non sembra produrre alcun controllo sul correlato esito di misurazione, e dunque anche sull'esito di misurazione sul lato destro del setting sperimentale.

Pertanto, se il passaggio di informazione nelle correlazioni EPR non può essere utilizzato per inviare segnali, allora non esiste nessuna contraddizione tra Meccanica Quantistica e Relatività Ristretta: la

[5] *Ivi*, pp. 183-184.

[6] T. Maudlin, *Quantum non-locality and relativity*, Oxford, Blackwell Publishing, 1994, p. 81.

[7] B. van Fraassen, "Salmon on Explanation", *Journal of Philosophy*, 82 (1985), pp. 639-651.

Relatività vieta, infatti, il passaggio di segnali e non di informazione incontrollata.

Giunti a questo punto diventa importante il seguente quesito: la Teoria della Relatività ci insegna che la propagazione di informazione incontrollata non è un processo causale? Se la risposta a questa domanda è positiva, non possiamo spiegare le correlazioni EPR secondo un modello di causazione diretta. È possibile tuttavia considerare un modello di causazione in cui l'informazione incontrollata sia considerata un processo causale? Oggi queste rimangono questioni aperte.

### 4.1.1 Un recente esperimento

Nel gennaio del 2009, i ricercatori Olmschenk, Matsukevich, Maunz, Hayes, Duan e Monroe sarebbero diventati protagonisti di un'importante scoperta: per la prima volta gli scienziati avrebbero consentito il passaggio di informazione simultanea tra due atomi in uno stato di singoletto, separati da quella che Einstein avrebbe definito una distanza di tipo *space-like*[8].

Qual è il significato di questa importante scoperta?

Come detto nella precedente sezione, la Teoria della Relatività vietava che l'informazione viaggiasse a velocità maggiori di quella della luce. Inoltre, eravamo a conoscenza del fatto che non fosse possibile inviare segnali superluminali (e non) tra sue sistemi *space-like separated*, laddove con segnale si intende *informazione controllata*, secondo la definizione di segnale fornitaci da Tim Maudlin. Abbiamo anche visto che nessuna manipolazione della polarizzazione negli apparati di misurazione coinvolti nell'esperimento di EPR, produceva modifiche nelle probabilità degli esiti di misura.

Pertanto, poiché non era possibile negli esprimenti di tipo EPR controllare l'informazione, ossia produrre delle modifiche nelle probabilità degli esiti di misurazione attraverso la manipolazione della polarizzazione degli apparati di misura, non esisteva nessuna contraddizione tra Meccanica Quantistica e Relatività: la Relatività vieta, infatti, il passaggio di segnali e non di informazione incontrollata.

La straordinarietà di questo esperimento consisterebbe nel fatto che esso potrebbe fornire una prima prova della violabilità della Teo-

[8] S. Olmschenk, D.N. Matsukevich, P. Maunz, D. Hayes, L.M. Duan, C. Monroe, "Quantum Teleportation Between Distant Matter Qubits", *Science*, 323 (2009), pp. 486-489.

ria della Relatività in ambito microfisico. L'esperimento in questione, infatti, prevede, per ciascun lato del setting sperimentale, la possibilità di conoscere quasi con certezza l'esito di una misurazione di spin dopo una rotazione del polarizzatore.

Questo modificherebbe le formule proposte nella sezione (3.4) del presente lavoro, trasformandole nelle seguenti:

$$p(L_x^+/L_x) = p(L_y^+/L_y) = p(L_z^+/L_z) \approx 1$$

$$p(L_x^-/L_x) = p(L_y^-/L_y) = p(L_z^-/L_z) \approx 1$$

Se facciamo una misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale.

E:

$$p(R_x^+/R_x) = p(R_y^+/R_y) = p(R_z^+/R_z) \approx 1$$

$$p(R_x^-/R_x) = p(R_y^-/R_y) = p(R_z^-/R_z) \approx 1$$

Se facciamo una misurazione sul lato destro del setting sperimentale.

Da cui conseguirebbe che:

$$p(R_x^+/L_x) = p(R_y^+/L_y) = p(R_z^+/L_z) \approx 1$$

$$p(R_x^-/L_x) = p(R_y^-/L_y) = p(R_z^-/L_z) \approx 1$$

Se facciamo una misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale.

E:

$$p(L_x^+/R_x) = p(L_y^+/R_y) = p(L_z^+/R_z) \approx 1$$

$$p(L_x^-/R_x) = p(L_y^-/R_y) = p(L_z^-/R_z) \approx 1$$

Se facciamo una misurazione sul lato destro del setting sperimentale.

Chiaramente, se modificando la polarizzazione riesco a prevedere l'esito di misurazione (autostato), allora posso usare quell'esito, e quindi la mia manipolazione, per trasferire informazione.

Ma vediamo, in maniera molto semplificata, alcuni dettagli dell'esperimento.

Olmschenk e il suo gruppo di lavoro hanno sfruttato i fenomeni di tipo *entagled* ponendo due ioni in una stato di singoletto e in condizioni tali da poter consentire il passaggio simultaneo di informazione tra questi.

Ciascun ione, $A$ e $B$, è stato isolato nel vuoto, sospeso in un'invisibile gabbia di campi elettromagnetici e circondato da elettrodi di metallo. Ogni ione si trovava in una sovrapposizione di stati di due possibili *qubit states*, dove il *qubit state* corrisponde, in tal caso, al livello di energia più basso che ciascun ione può assumere:

$$|\Psi\rangle_{ioni} = \alpha\,|0\rangle_A\,|1\rangle_B - \beta\,|1\rangle_A\,|0\rangle_B$$

Ogni ione, che è stato di seguito eccitato da un laser, emette un singolo fotone, collassando in uno dei due possibili *quibit states*. In dipendenza dallo stato in cui ciascun ione collassa, il fotone emesso avrà differente lunghezza d'onda, designata dai colori rosso o blu, che corrispondono ai due *qubit states*. Sarà la relazione tra i due fotoni a stabilire se il sistema si trova in uno stato *entagled*. Per ogni coppia di fotoni saranno possibili esattamente quattro combinazioni: blu-blu, rosso-rosso, blu-rosso e rosso-blu, su una di queste due polarizzazioni: orizzontale o verticale. Quello che si constata è che quando appare un fotone in ciascun detector, esiste una traccia inequivocabile di *entanglement* tra i due ioni.

Una volta che una condizione di *entanglement* è stata confermata, gli scienziati immediatamente effettuano una manipolazione sullo stato dello ione A, attraverso la seguente operazione di rotazione:

$$R_y(\pi/2)$$

Questo altera lo stato degli ioni sopra mostrato, che diventa:

$$|\Psi\rangle_{ioni} = \alpha(|0\rangle_A + |1\rangle_A)\,|1\rangle_B - \beta(-\,|0\rangle_A + |1\rangle_A)\,|0\rangle_B$$

Ponendo pertanto lo ione $A$ in una nuova condizione di sovrapposizione di stati.

In tal caso siamo in grado di discriminare quasi con certezza tra lo stato $|0\rangle_A$ e lo stato $|1\rangle_A$, con un piccolissimo errore dello 0.02 percentuale. Infatti, misurare $|0\rangle_A$ comporta un'operazione di rotazione differente da quella necessaria per misurare $|1\rangle_A$.

Ora, poiché lo stato dello ione $A$ è irreversibilmente legato a quello dello ione $B$, una manipolazione di $A$ (che consiste, come visto, in una sua misurazione) forza $B$ in uno dei due possibili stati:

$$|\Psi\rangle_B = \alpha\,|1\rangle_B + \beta\,|0\rangle_B$$

Se viene misurato $|0\rangle_A$

$$|\Psi\rangle_B = \alpha\,|1\rangle_B - \beta\,|0\rangle_B$$

Se viene misurato $|1\rangle_A$
In sostanza, data la rotazione:

$$R_y(\pi/2)$$

Sappiamo con certezza in quale stato si trova il sistema $A$ e, di conseguenza, quale sarà lo stato del sistema $B$. Come già accennato precedentemente, questo significa che la nostra manipolazione di un sistema *entangled* ci permette di trasmettere informazione.

Ora, posto che l'esperimento proposto sia attendibile, se il passaggio di informazione nelle correlazioni EPR può essere utilizzato per inviare segnali, allora siamo in presenza di una contraddizione tra Meccanica Quantistica e Teoria della Relatività.

## 4.2 La Scuola di Budapest e le *separate-common causes*

L'argomento presentato da van Fraassen ha avuto grande successo tra i filosofi della scienza e, come detto, esso sembrò negare la possibilità di spiegare le correlazioni EPR secondo il Principio di *Common Cause*. Tuttavia ci si potrebbe chiedere se le *common causes* utilizzate da van Fraassen per derivare il teorema di Bell siano adeguate ad un'appropriata spiegazione delle correlazioni EPR.

In questa sezione discuterò i lavori della Scuola di Budapest, volti ad una dettagliata analisi sulla possibilità dell'utilizzo di cause comuni per spiegare causalmente le correlazioni EPR. I lavori del gruppo ungherese si fondano sull'assunto secondo cui le cause comuni utilizzate da van Fraassen non sarebbero adeguate.

Il gruppo di Budapest non sostiene in alcun modo la necessità di utilizzare delle *common causes* non reichenbachiane, anzi propone una spiegazione causale delle correlazioni quantistiche in termini del modello di *conjunctive forks*. In che senso allora le *common causes* utilizzate da van Fraassen non sono adeguate?

Le cause comuni utilizzate da van Fraassen sono *common-common causes*, mentre quelle proposte successivamente dal Gruppo Ungherese per evitare la diseguaglianza di Bell sono *separate-common cau-*

*ses*. La differenza concettuale tra *common-common causes* e *separate-common causes* è stata introdotta per la prima volta da Nuel Belnap e Laszlo E. Szabó nel 1996[9].

In un recente lavoro pubblicato nel 2008, Gábor Hofer-Szabó ha descritto dettagliatamente un'ampia varietà di differenti cause comuni alla Reichenbach, ossia di cause comuni che in qualche modo rispettano le prime due condizioni enunciate dal modello di *conjunctive forks*.

In primo luogo Hofer-Szabó distingue tra: *Reichenbachian common-common cause*, *Reichenbachian common-common cause system*, *common-common cause*, *common-common cause system*. In secondo luogo questi distingue tra: *Reichenbachian separate-common cause*, *Reichenbachian separate-common cause system*, *separate-common cause*, *separate-common cause system*. Vediamo ora una dettagliata descrizione dei sopraccitati tipi di causa comune.

Una *Reichenbachian common-common cause* è una causa comune $C$ che adombra più di una singola correlazione. Inoltre, se $(\Omega,\ p)$ è uno spazio classico di misurazione di probabilità, se $(A_1,\ B_1)$ e $(A_2,\ B_2)$ sono rispettivamente due coppie di eventi positivamente correlati in $\Omega$, e se per $i = 1, 2$ vale:

$$p(A_iB_i) > p(A_i)p(B_i) \tag{4.1}$$

Allora una *Reichenbachian common-common cause* può essere definita nel seguente modo:

Un evento $C$ in $\Omega$ è detto essere una *Reichenbachian common-common cause* delle correlazioni $(A_1,\ B_1)$ e $(A_2,\ B_2)$, solo se, per $i = 1, 2$, sono rispettate le seguenti quattro condizioni:

$$p(A_iB_i/C) = p(A_i/C)p(B_i/C) \tag{4.2}$$

$$p(A_iB_i/\bar{C}) = p(A_i/\bar{C})p(B_i/\bar{C}) \tag{4.3}$$

$$p(A_i/C) > p(A_i/\bar{C}) \tag{4.4}$$

$$p(B_i/C) > p(B_i/\bar{C}) \tag{4.5}$$

Dove $\bar{C}$ denota il complemento di $C$.

---

[9]N. Belnap, L.E. Szabó, "Branching Space-Time Analysis of the GHZ Theorem", *Foundation of Physics*, 26 (1996), pp. 982-1002.

Si noti che sono rispettate tutte le quattro condizioni analoghe a quelle originali introdotte da Reichenbach. Si parla di *Reichenbachian common causes* solo se sono rispettate, oltre le condizioni reichenbachiana di *screening-off*, tutte le altre condizioni introdotte nel modello originale di Reichenbach.

Questo genere di causa comune può essere rappresentata nel seguente modo:

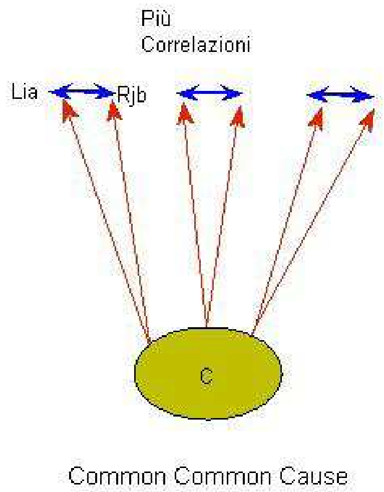


Figura 4.2a: *Common-common cause*

Nella figura sopra riportata *Lia* sta per esito di misurazione di spin a in direzione $i$ sul lato sinistro del setting sperimentale e $Rjb$ sta per esito di misurazione di spin $b$ in direzione $j$ sul lato destro del setting sperimentale.

Una *common-common cause* non reichenbachiana è analoga a quella appena presentata, eccetto per la non validità delle ultime due condizioni reichenbachiane sopra elencate. In tali casi continuano comunque a valere, infatti, le prime due condizioni reichenbachiane di *screening-off*.

Quanto fatto da Hofer-Szabó, Rédei e Szabó[10] consiste infatti nell'avere indebolito la definizione di *Reichenbach's common cause* nel seguente modo. Mentre nelle equazioni (4.2) e (4.3) $C$ e $\bar{C}$ si comportano in maniera simmetrica, questa simmetria è interrotta dalle

[10]G. Hofer-Szabó, M. Rédei, L.E. Szabó, "Common-Causes are Not Common Common-Causes", *Philosophy of Science*, 69 (2002), pp. 623-636.

condizioni (4.4) e (4.5): sono queste due condizioni a specificare che $C$, piuttosto che $\bar{C}$, è l'evento deputato al ruolo di causa comune. Queste ultime due condizioni sono strettamente legate alla concezione reichenbachiana di causa, secondo cui il legami causali sono definiti in termini di rilevanza statistica positiva.

Come già osservato nella sezione 1.2.1 del presente lavoro, anche per Suppes la relazione di rilevanza causale si basa su quella di rilevanza positiva e questo è alla base della definizione di causa *prima facie*.

Questa concezione è in accordo con quanto sostenuto dalla teoria della dipendenza causale controfattuale di Lewis[11], in particolare dalla versione probabilistica della teoria[12], secondo cui un evento $A$ dipenderebbe causalmente da un evento $C$ se entrambi gli eventi si verificano e se la probabilità di $A$ fosse molto più alta di quanto lo sarebbe stata se $C$ non si fosse verificato. In parole più semplici possiamo dire che $A$ dipende causalmente da $C$ se la probabilità che $A$ si verifichi dato l'evento $C$ è molto più alta della probabilità che $B$ si verifichi senza l'occorrenza di $C$.

Tuttavia, l'idea che la causa aumenti sempre la probabilità dell'effetto è piuttosto controversa e non esiste consenso circa il fatto che quest'idea rappresenti un ingrediente necessario della causalità[13]. Secondo Hofer-Szabó, Rédei e Szabó, pertanto, appare lecito supporre casi in cui siano valide le prime due condizioni e non le ultime due.

Un *Reichenbachian common-common cause system* è rappresentato, invece, da un gruppo di cause che contribuiscono ad adombrare insieme più di una singola correlazione. Ora, se $(\Omega,\ p)$ è uno spazio classico di misurazione di probabilità, se $(A_1,\ B_1)$ e $(A_2,\ B_2)$ sono rispettivamente due coppie di eventi positivamente correlati in $\Omega$, e se per $n = 1, 2$ vale:

$$p(A_n B_n) > p(A_n)p(B_n) \tag{4.6}$$

Allora una partizione $\{C_i\}_{i \in I}$ di $\Omega$ è detta essere un *Reichenbachian common-common cause system* della correlazione $(A_n,\ B_n)$ solo se, per $i, j \in I (i \neq j)$, sono rispettate le due seguenti condizioni:

$$p(A_n B_n / C_i) = p(A_n / C_i) p(B_n / C_i) \tag{4.7}$$

[11]D. Lewis, "Causation", *Journal of Philosophy*, 70 (1973), pp. 556-567.

[12]D. Lewis, "Postscripts to 'Causation"', in D. Lewis, *Philosophical Papers*, vol. 2, Oxford, Oxford University Press, 1986.

[13]Al riguardo si veda, ad esempio, quanto sostenuto da Wesley Salmon in "Probabilistic Causality", *Pacific Philosophical Quarterly*, 61 (1980), pp. 50-74.

$$(p(A_n/C_i) - p(A_n/C_j))(p(B_n/C_i) - p(B_n/C_j)) > 0 \qquad (4.8)$$

Un *Reichenbachian common-common cause system* può essere rappresentato nel seguente modo:

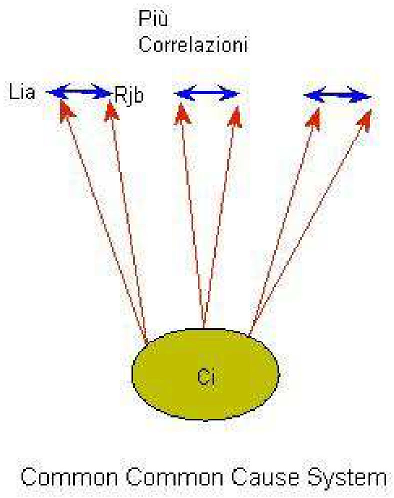


Figura 4.2b: *Common-common cause system*

Un *common-common cause system* non Reichenbachiano è simile a quello appena presentato, eccetto per la non validità delle ultime due condizioni reichenbachiane sopra elencate. In tali casi continuano comunque a valere le prime due condizioni di *screening-off*.

Ora, secondo Hofer-Szabó, può essere provata la validità della seguente proposizione:

Esiste uno spazio classico di misurazione di probabilità, ($\Omega$, $p$), e due coppie correlate di eventi in $\Omega$, ($A_1$, $B_1$) e ($A_2$, $B_2$), tale che non c'è nessuna estensione ($\Omega$', $p$') di ($\Omega$, $p$) che contenga un comune *screener-off* reichenbachiano $C$ per entrambe le correlazioni[14].

Questa proposizione sostiene che, anche data un'estensione dell'algebra, nessuna spiegazione in termini di *Reichenbachian common-*

[14]Per maggiori dettagli si veda G. Hofer-Szabó, L.E. Szabó, M. Rédei, "Reichenbach's Common Cause Principle: Recent Results and Open Questions", *Reports on Philosophy*, 20 (2000), pp. 85-107.

*common cause* può essere generalmente fornita per due differenti correlazioni in uno spazio classico delle probabilità. Tuttavia la definizione di *Reichenbachian common-common cause* è la più restrittiva tra le tre definizioni di causa comune appena fornite. Così ciò che non vale per il caso da essa contemplato può essere ancora valido per gli altri tre casi. Infatti, per i *common-common cause systems* vale la seguente proposizione:

Sia $(\Omega,\ p)$ uno spazio classico di misurazione di probabilità, e siano $(A_1,\ B_1)$ e $(A_2,\ B_2)$ due coppie correlate di eventi in $\Omega$, allora la partizione generata dagli eventi $A_1$, $A_2$, $B_1$, e $B_2$ dà luogo ad un comune *screener-off system* in $\Omega$ per entrambe le correlazioni. Inoltre, questo *common screener-off system* ha luogo nell'algebra originaria e dunque non si ha bisogno di alcuna estensione di $\Omega$.

Il modello di causa comune più debole fra i tre sopra presentati è appunto quello di *common-common cause system*[15]. Non è un caso infatti che:

> Standard derivations of Bell inequalities assume a *common* common cause system that is a common screener-off for all correlations and some additional assumptions concerning locality and no-conspiracy.[16]

Si ricorda, tuttavia, che le proposte che si servono di *common-common cause systems* non portano ad alcun esito positivo, anzi conducono in maniera piuttosto immediata ad una derivazione del teorema di Bell[17].

Si precisa inoltre che ancora non è accertato il fatto se, anche data un'estensione dell'algebra, sia possibile fornire una spiegazione in termini di *Reichenbachian common-common cause system* per due differenti correlazioni in uno spazio classico delle probabilità. Mentre è certamente negativa la domanda al seguente quesito: è possibile fornire una spiegazione in termini di *common-common cause* per due differenti correlazioni in uno spazio classico delle probabilità?

Nel suo lavoro Hofer-Szabó propone successivamente anche una chiara spiegazione di *separate-common causes.*

Una *Reichenbachian separate-common cause* è una causa comune $C$ che adombra solo una singola correlazione. Per definire questo tipo di causa comune il Gruppo di Budapest utilizza la definizione originale di causa comune fornita da Reichenbach nel 1956.

[15]Ricordiamo che si tratta comunque di un modello causale di *screening-off.*

[16]G. Hofer-Szabó, "Separate-versus common-common-cause-type derivations of Bell inequalities", *Synthese* (2008).

[17]Si veda ancora G. Hofer-Szabó (2008).

Ora, se $(\Omega,\ p)$ è uno spazio classico di misurazione di probabilità, se $(A,\ B)$ è una coppia di due eventi positivamente correlati in $\Omega$, tale che:

$$p(AB) > p(A)p(B) \tag{4.9}$$

Allora una Reichenbachian *separate-common cause* può essere definita nel seguente modo:

Un evento $C$ in $\Omega$ è detto essere una *Reichenbachian separate common cause* della correlazione $(A,B)$ solo se sono rispettate le seguenti quattro condizioni:

$$p(AB/C) = p(A/C)p(B/C) \tag{4.10}$$

$$p(AB/\bar{C}) = p(A/\bar{C})p(B/\bar{C}) \tag{4.11}$$

$$p(A/C) > p(A/\bar{C}) \tag{4.12}$$

$$p(B/C) > p(B/\bar{C}) \tag{4.13}$$

Dove $\bar{C}$ denota il complemento di $C$.

Come si può notare sono rispettate tutte le quattro condizioni analoghe a quelle originali introdotte da Reichenbach.

Questo genere di causa comune può essere rappresentata nel seguente modo:

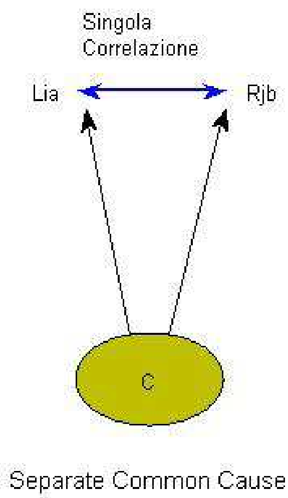


Figura 4.2c: *Separate-common cause*

Una *separate-common cause* non reichenbachiana è analoga a quella appena presentata, eccetto per la non validità delle ultime due condizioni reichenbachiane sopra elencate. In tali casi continuano comunque a valere le prime due condizioni di *screening-off*.

Un *Reichenbachian separate-common cause system* è rappresentato, invece, da un gruppo di cause che contribuiscono ad adombrare insieme una singola correlazione. Ora, se $(\Omega,\ p)$ è sempre il nostro spazio classico di misurazione di probabilità, se $(A,\ B)$ è una coppia di eventi positivamente correlati in $\Omega$, e se vale:

$$p(AB) > p(A)p(B) \tag{4.14}$$

Allora una partizione $\{C_i\}_{i \in I}$ di $\Omega$ è detta essere un *Reichenbachian separate-common cause system* della correlazione $(A,\ B)$ solo se, per $i, j \in I (i \neq j)$, sono rispettate le due seguenti condizioni:

$$p(AB/C_i) = p(A/C_i)p(B/C_i) \tag{4.15}$$

$$(p(A/C_i) - p(A/C_j))(p(B/C_i) - p(B/C_j)) > 0 \tag{4.16}$$

Un *Reichenbachian separate-common cause system* può essere rappresentato nel seguente modo:

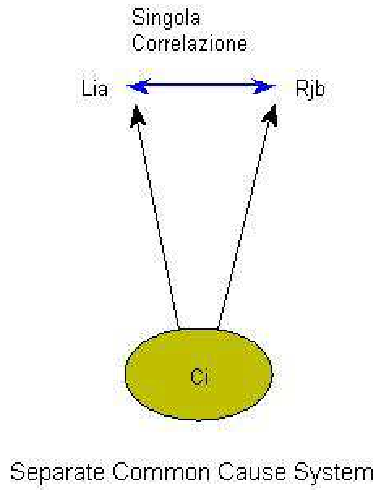


Figura 4.2d: *Separate-common cause system*

Un *separate-common cause system* non Reichenbachiano è simile a quello appena presentato, eccetto per la non validità delle ultime due condizioni reichenbachiane sopra elencate. In tali casi continuano comunque a valere le prime due condizioni di *screening-off*.

Secondo Hofer-Szabó, può essere provata la validità della seguente proposizione:

Esiste uno spazio classico di misurazione di probabilità, ($\Omega$, $p$), e una coppia di eventi correlati $\Omega$, ($A$, $B$) e ($A_2$, $B_2$), tale che c'è un'estensione ($\Omega$', $p$') di ($\Omega$, $p$) e questa contiene uno *screener-off* reichenbachiano $C$ per la correlazione ($A$, $B$)[18].

Questa proposizione sostiene che, data un'estensione dell'algebra, può essere generalmente fornita una spiegazione in termini di *Reichenbachian separate-common cause* per una qualsiasi correlazione ($A$, $B$) in uno spazio classico delle probabilità. Inoltre la definizione di *Reichenbachian separate-common cause* è la più restrittiva tra le altre tre definizioni di causa comune qui di sopra fornite. Così quanto appena enunciato per le *Reichenbachian separate-common causes* vale anche per gli altri tre casi più deboli.

Il tutto può essere riassunto nel seguente tabella:

[18]Per maggiori dettagli si veda ancora G. Hofer-Szabó, L.E. Szabó, M. Rédei, "Reichenbcah's Common Cause Principle: Recent Results and Open Questions", *Reports on Philosophy*, 20 (2000), pp. 85-107.

| | SCC-Explanation | CCC-Explanation |
|---|---|---|
| RCC | Sì | No |
| RCCS | Sì | ? |
| CC | Sì | No |
| CCS | Sì | Sì |

Tabella 4.2: *Screening-off* e cause comuni

Dove *RCC* sta per *Reichenbachian common cause*, *RCCS* sta per *Reichenbachian common cause systems*, *CC* sta per *common causes*, *CCS* sta per *common cause systems*, *SCC* sta per *separate-common causes* e *CCC* per *common-common causes.*

Si rende necessario precisare che tutti i risultati finora elencati valgono anche in uno spazio quantistico (e quindi non-classico) di probabilità, all'interno del quale la nozione di causa comune, formulata da Reichenbach in termini classici e per un teoria commutativa della probabilità, assume la seguente forma.

Il primo passo da compiere consiste nel sostituire l'algebra booleana (ossia il nostro spazio classico degli eventi), con una struttura algebrica non distributiva e ortomodulare $(L, \phi)$, dove $L$ è un *lattice* non distributivo di eventi e $\phi$ è una generica misura di probabilità su $L$. Pertanto, la classica misura di probabilità $p$ sarà sostituita da un'aggiuntiva funzione di stato $\phi$ su $L$, allo scopo di assegnare le corrispondenti probabilità quantistiche. All'interno di questa struttura la definizione di correlazione (positiva) tra eventi quantici che giaciono in uno spazio quantistico $(L,\ \phi)$ può essere ora espressa come:

$$\phi(A \wedge B) > \phi(A) \cdot \phi(B) \tag{4.17}$$

Per cui la definizione di *quantum Reichenbachian common cause* può essere scritta nel seguente modo:

$$\phi(A \wedge B/C) = \phi(A/C) \cdot \phi(B/C), \tag{4.18}$$

$$\phi(A \wedge B/\neg C) = \phi(A/\neg C) \cdot \phi(B/\neg C), \tag{4.19}$$

$$\phi(A/C) > \phi(A/\neg C) \tag{4.20}$$

$$\phi(B/C) > \phi(B/\neg C) \tag{4.21}$$

Si rende, pertanto, possibile una versione quantistica del modello reichenbachiano di *conjunctive forks*[19].

Si precisa che l'importanza di questi risultati, riguardo sia alle cosiddette *common-common causes* che alle *separate-common causes*, consiste nel fatto che essi hanno validità generale, ossia nel fatto che essi sono validi per qualsiasi tipo di correlazione, e quindi anche per correlazioni "perfette in contesti non-deterministici".

Per meglio comprendere questo punto, ritengo opportuno partire dalla espressione (3.19) già citata nella sezione 3.2:

$$SO \wedge PCORR \rightarrow DCC$$

La negazione della seguente espressione può essere scritta come segue:

$$\neg DCC \rightarrow \neg(PCORR \wedge SO) \tag{4.22}$$

Che equivaleva a:

$$\neg DCC \rightarrow (PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge SO)^{20} \tag{4.23}$$

Si precisa che, in questo contesto, con *correlazioni non perfette* si intendono i casi in cui esiste una deviazione dalle *perfect correlations*, ossia quando i due esiti di misurazione, nella stessa direzione di polarizzazione e sui due lati opposti del setting sperimentale, non sono perfettamente anticorrelati con probabilità pari ad *1*.

Da quest'ultima equivalenza appare chiaro, in linea di principio, la possibilità di una spiegazione causale in termini di *Reichenbachian common causes*, anche per contesti non-deterministici[21].

Ad ogni modo, una siffatta spiegazione appare possibile solo in casi di *non-perfect correlations*.

Tuttavia, come precedentemente precisato, secondo il Gruppo Ungherese può sempre essere trovata un'estensione algebrica per uno spazio di probabilità *Reichenbachian common cause incomplete*, così che esso contenga *Reichenbach's separate-common causes*[22] per tutte

[19] Per una spiegazione più dettagliata si veda G. Hofer-Szabó, M. Rédei, L.E. Szabó, "On Reichenbach's Common Cause Principle and Reichenbach's Notion of Common Cause", *The British Journal for the Philosophy of Science*, 50 (1999), pp. 377-399.

[20] La presente equivalenza è tratta da I. San Pedro García e M. Suárez (2008).

[21] Dove per 'Reichenbachian' si intende la validità della condizione di adombramento.

[22] Anche qui per 'Reichenbachian' si intende la validità della condizione di adombramento.

le correlazioni originali e quindi anche per le correlazioni non perfette in contesti non-deterministici.

Non esiste pertanto alcun tipo di incompatibilità tra *screening-off* e cause comuni indeterministiche e i risultati della Scuola di Budapest sembrano dunque lasciare aperta la possibilità di una spiegazione causale per le correlazioni EPR in termini del modello causale di Reichenbach.

Ad ogni modo ricordiamo che, stando a quanto precedentemente sottolineato, questa possibilità viene certamente preclusa nel caso in cui le nostre cause comuni siano *common-common causes*.

Il Gruppo di Budapest si avvale delle proprietà mostrate dalle *separate-common causes* per tentare di evitare la derivazione del Teorema di Bell e, come vedremo nella sezione successiva, questo tentativo si deve in particolar modo ad un lavoro proposto nel 2000 da László Szabó.

Ma prima di passare ad una descrizione dettagliata del modello si Szabó, mi accingo a mostrare in che senso le *common causes* di van Fraassen sono *common-common causes*.

Alla fine della sezione 3.2 abbiamo visto come van Fraassen derivi le possibili cause comuni per le correlazioni EPR e come queste possano essere classificate in otto tipi. Ciascuno di questi otto tipi è caratterizzato da un particolare esito per ognuna delle tre possibili direzioni di misurazione su ogni lato del setting sperimentale. Per esempio:

$$L1L2L3$$

$$+-+$$

è definita come quella causa comune che spiega i seguenti esiti di misurazione:

$$(L_1^+ R_2^+)$$

$$(L_1^+ R_3^-)$$

$$(L_2^- R_1^-)$$

$$(L_3^+ R_1^-)$$

$$(L_2^- R_3^-)$$

$$(L_3^+ R_2^+)$$

$$(L_1^+ R_1^-)$$

$$(L_2^- R_2^+)$$

$$(L_3^+ R_3^-)$$

È evidente che van Fraassen utilizza in questo caso un'unica *common cause* per nove delle seguenti correlazioni quantistiche:

$$Corr(L_1^+, R_2^+)$$

$$Corr(L_1^+, R_3^-)$$

$$Corr(L_2^-, R_1^-)$$

$$Corr(L_3^+, R_1^-)$$

$$Corr(L_2^-, R_3^-)$$

$$Corr(L_3^+, R_2^+)$$

$$Corr(L_1^+, R_1^-)$$

$$Corr(L_2^-, R_2^+)$$

$$Corr(L_3^+, R_3^-)$$

Appare chiaro così che le *common causes* postulate da van Fraassen siano *common-common causes* e che esse adombrino più di una singola correlazione.

### 4.2.1 Il modello cospirativo di Szabó

László Szabó, in un importante lavoro del 2000[23], nel tentativo di evitare la diseguaglianza di Bell, ha proposto una spiegazione causale alternativa al paradosso di EPR, spiegazione che prevedeva l'utilizzo di *separate-common causes.* Tuttavia, il modello di Szabó, pur evitando la derivazione della diseguaglianza di Bell, risultò essere, ad un livello più profondo, cospirativo. Precisamente le operazioni di misurazione risultarono essere correlate con differenti combinazioni algebriche di *separate-common causes.* Dopo numerose simulazioni al computer, volte a rimuovere in qualche modo le cospirazioni, si arrivò alla conclusione che nessun modello locale, non-cospirativo, di *separate-common causes* poteva spiegare le correlazioni EPR[24].

La spiegazione delle correlazioni EPR in termini di *separate-common causes* proposta da Szabó consiste esattamente nel trovare quattro eventi causali $C_{xy}^{XY}$, con $x = a,a'$, $y = b,b'$, $X = A,A'$, $Y = B,B'$, dove $a$ e $a'$ indicano le due possibili direzioni di misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale, $b$ e $b'$ indicano le due possibili direzioni di misurazione sul lato destro del setting sperimentale, $A$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $a$ sulla particella di sinistra, $A'$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $a'$ sulla particella di sinistra, $B$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $b$ sulla particella di destra, e $B'$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $b'$ sulla particella di destra. Si precisa che $a'$ e $b$ sono direzioni parallele, ossia che:

$$\varphi_{a'b} = 0 \tag{4.24}$$

Dove $\varphi_{a'b}$ è appunto l'angolo tra le due direzione di misurazione *a'* e $b$.

Mentre:

$$\varphi_{aa'} = 120° \tag{4.25}$$

$$\varphi_{a'b'} = 120° \tag{4.26}$$

$$\varphi_{ab'} = 120° \tag{4.27}$$

[23] L.E. Szabó, "On an Attempt to Resolve the EPR-Bell Paradox via Reichenbachian Concept of Common Cause", *International Journal of Theoretical Physics*, 39 (2000), pp. 901-926.

[24] Si precisa che questi risultati hanno valenza generale, in quanto validi sia per contesti deterministici che per contesti non deterministici.

Nell'esperimento proposto da Szabó abbiamo quattro detector che rilevano gli *spin-up events* durante la misurazione della componente di spin di due particelle rispettivamente in direzioni $a$, $a'$ e $b$, $b'$. L'esperimento è illustrato dalla seguente figura[25]:

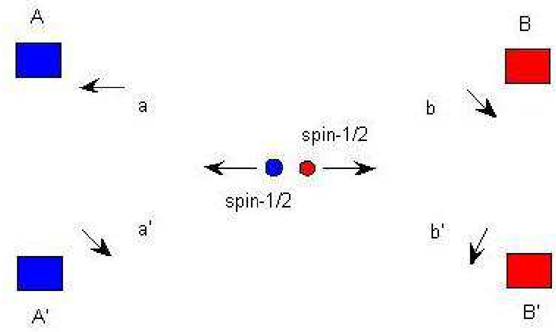


Figura 4.2.1: Il modello sperimentale di Szabó

Gli eventi di cui parla Szabó sono precisamente i seguenti:

$$C^{++}_{ab}$$

$$C^{++}_{ab'}$$

$$C^{++}_{a'b}$$

$$C^{++}_{a'b'}$$

Dove $C^{++}_{ab}$, $C^{++}_{ab'}$, $C^{++}_{a'b}$ e $C^{++}_{a'b'}$ rappresentano ciascuna la causa comune di una delle seguenti correlazioni:

$$L^+_a R^+_b$$

$$L^+_a R^+_{b'}$$

$$L^+_{a'} R^+_b$$

$$L^+_{a'} R^+_{b'}$$

Dove $L^+_a$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $a$ sul lato sinistro del setting sperimentale, $L^+_{a'}$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $a'$ sul lato sinistro del setting sperimentale, $R^+_b$ sta per

[25] *Ivi*, p. 903.

esito di misurazione *spin-up* in direzione $b$ sul lato destro del setting sperimentale, $R_{b'}^{+}$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $b'$ sul lato destro del setting sperimentale.

Inoltre, si ricorda che, poiché $a'$ e $b$ sono due direzioni parallele, abbiamo:

$$p(L_{a'}^{+} \wedge R_{b}^{+}) = 0$$

Nel modello proposto da Szabó sono inoltre valide le tre condizioni di *separate screening-off*, *Locality* e *no-Conspiracy*:

*Separate screening-off*: esiste uno spazio classico di misurazione di probabilità $(\Omega, p)$ ed esistono quattro eventi del tipo $C_{xy}^{XY}$ in modo che per ogni esito di misurazione, $X$ e $Y$, e per ogni misurazione, $x$ e $y$, valgono le due seguenti equazioni:

$$p(XY/xyC_{xy}^{XY}) = p(X/xyC_{xy}^{XY})p(Y/xyC_{xy}^{XY}) \tag{4.28}$$

$$p(XY/xy\bar{C}_{xy}^{XY}) = p(X/xy\bar{C}_{xy}^{XY})p(Y/xy\bar{C}_{xy}^{XY}) \tag{4.29}$$

*Locality*: per ogni $X$, $Y$, $x$, $y$ e le stimate cause comuni $C_{xy}^{XY}$ in $\Omega$ valgono le seguenti uguaglianze:

$$p(X/xyC_{xy}^{XY}) = p(X/xC_{xy}^{XY}) \tag{4.30}$$

$$p(X/xy\bar{C}_{xy}^{XY}) = p(X/x\bar{C}_{xy}^{XY}) \tag{4.31}$$

$$p(Y/xyC_{xy}^{XY}) = p(Y/yC_{xy}^{XY}) \tag{4.32}$$

$$p(Y/xy\bar{C}_{xy}^{XY}) = p(Y/y\bar{C}_{xy}^{XY}) \tag{4.33}$$

*No-Conspiracy 1*: si assume che per ogni $x$, $y$ e per ogni $C_{xy}^{XY}$ in $\Omega$ valgono le seguenti indipendenze statistiche:

$$p(xC_{xy}^{XY}) = p(x)p(C_{xy}^{XY}) \tag{4.34}$$

$$p(yC_{xy}^{XY}) = p(y)p(C_{xy}^{XY}) \tag{4.35}$$

Si precisa che le *separate-common causes* sono considerate singolarmente e non in tutte le loro possibili combinazioni.

Tuttavia il modello di Szabó è cospirativo nel senso che viene violata la seguente condizione:

*No-Conspiracy 2*: si consideri l'algebra $K \subset \Omega$, consistente di *separate-common causes* $C_{xy}^{XY}$ in $\Omega$ e si considerino tutte le possibili congiunzioni e disgiunzioni delle varie cause comuni. Allora per ogni elemento $F \in K$ e per ogni $x$, $y$ in $\Omega$ vale la seguente indipendenza statistica:

$$p(xyF) = p(xy)p(F) \tag{4.36}$$

Quest'ultima forma di *No-conspiracy* afferma l'indipendenza delle *separate-common causes* dalle operazioni di misurazione e assicura anche che ciascuna combinazione delle varie cause comuni e il loro complemento sia indipendente dalla scelta delle operazioni di misurazione.

Come lo stesso Szabó sostiene:

> Our common cause model of the EPR-Aspect experiment satisfies all the conditions required in the EPR-Bell literature. *In this sense it resolves the EPR-Bell paradox.*
>
> However, it is not a complete resolution of the paradox because there is a shortcoming of the model: While it is true that each common cause event is independent of the measurement choices, it turns out that such events as
>
> $$Z_{AB} \wedge Z_{AB'}$$
>
> $$Z_{AB} \vee Z_{AB'}$$
>
> $$Z_{AB} \wedge Z_{AB'} \wedge Z_{A'B}$$
>
> etc.
> may be not independent of the measurement operations.[26]

Dove $Z_{AB}$, $Z_{AB'}$ e $Z_{A'}$ stanno per le nostre $C_{xy}^{XY}$.

Il modello di Szabó, pur evitando la diseguaglianza di Bell, risulta essere in un certo senso cospirativo in quanto esso prevede una violazione della seconda condizione di *no-Conspiracy* e rimane pertanto aperto la seguente questione:

[26] *Ivi*, p. 910.

> *It is still an open question whether there exists a modification of the model in which the above-mentioned events*[27]*, too, are statistically independent of the measurement choices.*[28]

Appare pertanto evidente come la questione di una possibile spiegazione causale per le correlazioni EPR, che si serva del modello di *conjunctive forks* di Reichenbach e delle condizioni di Locality e di no-Conspiracy, sia, dopo il lavoro dei Szabó, un problema ancora aperto[29].

### 4.2.2 La derivazione di Grasshoff, Portmann e Wüthrich

La congettura di Szabó è stata confermata nel 2005, dai lavori di Grasshoff, Portmann e Wüthrich, che hanno derivato appunto la diseguaglianza di Bell per modelli che si servono di *separate-common causes* alla Szabó, ma che non sono in alcun modo cospirativi.

Vediamo nel dettaglio la derivazione.

Come già osservato, le varie derivazioni della diseguaglianza di Bell assumono la validità della seguente condizione, nota con il nome di *Factorizability*[30] e con il nome di *Strong Locality*[31]:

$$p(L_i^a \wedge R_j^b / V_q \wedge L_i \wedge R_j) = p(L_i^a / V_q \wedge L_i) p(R_j^b / V_q \wedge R_j) \qquad (4.37)$$

Dove $L_i^a$ sta per esito di misurazione di spin $a$ in direzione $i$ sul lato sinistro del setting sperimentale, $R_j^b$ sta per esito di misurazione di spin $b$ in direzione $j$ sul lato destro del setting sperimentale, $L_i$ sta

[27] Si parla chiaramente degli eventi sopra menzionati: $Z_{AB} \wedge Z_{AB'}$, $Z_{AB} \vee Z_{AB'}$, ecc.

[28] L.E. Szabó, “On an Attempt to Resolve the EPR-Bell Paradox via Reichenbachian Concept of Common Cause”, *International Journal of Theoretical Physics*, 39 (2000), p. 910.

[29] Si precisa che questi risultati di Szabó sono generalmente validi, ossia valgono sia per casi in cui che le cause comuni individuali siano considerate alla stregua di cause comuni deterministiche, sia per casi in cui le cause comuni individuali siano considerate alla stregua di cause comuni non deterministiche.

[30] J. Butterfield, “A Space-Time Approach to the Bell Inequality”, in J. Cushing e E. McMullin (cur.), *Philosophical Consequences of Quantum Theory: Reflection on Bell’s Theorem*, Notre Dame, University of Notre Dame Press, 1989, pp. 114-144.

[31] J. Jarrett, “On the physical significance of the locality condition in the Bell argument”, *Noûs*, 18 (1984), pp. 569-589.

per operazione di misurazione di spin in direzione $i$ sul lato sinistro del setting sperimentale, $R_j$ sta per operazione di misurazione di spin in direzione $j$ sul lato destro del setting sperimentale e $V_q$ sta per la variabile nascosta, ossia per l'ipotetica causa comune.

Questa condizione è data dall'unione della condizione che van Fraassen ha definito *Causality*:

$$p(L_i^a \wedge R_j^b / V_q \wedge L_i \wedge R_j) = p(L_i^a / V_q \wedge L_i \wedge R_j) p(R_j^b / V_q \wedge L_j \wedge R_j) \quad (4.38)$$

con la condizione che sempre lo stesso van Fraassen ha definito *Hidden Locality*[32]:

$$p(L_i^a / V_q \wedge L_i \wedge R_j) = p(L_i^a / V_q \wedge L_i) \quad (4.39)$$

$$p(R_j^b / V_q \wedge L_i \wedge R_j) = p(R_j^b / V_q \wedge R_j) \quad (4.40)$$

La *Causality condition* deriva dalla supposizione secondo cui $L_i^a$ e $R_j^b$ non sarebbero causalmente rilevanti l'uno sull'altro e da quanto richiesto dal Principio di Causa Comune reichenbachiano.

Tuttavia, queste condizioni sono formulate presupponendo l'utilizzo di *common-common causes*, mentre la dimostrazione di Grasshoff, Portmann e Wüthrich si fonda sull'uso di *separate-common causes*. Vediamo quali sono le cause comuni individuali utilizzate dai tre autori, che suppongono appunto una causa comune per ciascun tipo di correlazione:

| | |
|---|---|
| $L_i^+ R_i^-$ | $C_{ii}^{+-}$ |
| $L_i^- R_i^+$ | $\neg C_{ii}^{+-}$ |
| $L_i^+ R_j^+$ | $C_{ij}^{++}$ |
| $L_i^- R_j^-$ | $\neg C_{ij}^{++}$ |
| $L_i^+ R_j^-$ | $C_{ij}^{+-}$ |
| $L_i^- R_j^+$ | $\neg C_{ij}^{+-}$ |

Dove $i \neq j$ e sia $i$ che $j$ possono assumere i valori: 1, 2, 3.

Dove nella parte sinistra sono indicate le possibili correlazione e nella parte destra le cause comuni individuali ipotizzate da Grasshoff, Portmann e Wüthrich. $L$ e $R$ indicano rispettivamente le operazioni di misurazione sulla parte sinistra e sulla parte destra del setting sperimentale, $i$ e $j$ stanno per le possibili direzioni di misurazione, e

[32]B. van Fraassen, "The Charybdis of Realism: Epistemological Implications of Bell's Inequality", *Synthese*, 52 (1982), pp. 25-38.

$+$ e $-$ stanno rispettivamente per i due possibili esiti di misurazione, ossia *spin−up* e *spin−down*. $C_{ii}^{+-}$ sta per la causa comune individuale deputata a spiegare la correlazione $L_i^+ R_i^-$, e così via.

La dimostrazione di Grasshoff, Portmann e Wüthrich si basa su nove assunzioni fondamentali: PCORR (*perfect correlations*), SEP (*Separability*), LOC1 (*Locality 1*), PCC (*Principle of Common Cause*), EX (*exactly one of exactly two possible outcomes*), LOC2 (*Locality 2*), NOWM (*no outcome without measurement*), LOC3 (Locality 3), NO-CONS (*no conspiracy*).

Ma vediamo nel dettaglio la descrizione di ciascuna delle condizioni appena citate.

**Assunzione 1 (PCORR)**:

$$p_{ii}(R_i^-/L_i^+) = p_{ii}(L_i^+/R_i^-) = 1 \tag{4.41}$$

**Assunzione 2 (SEP)**:

*Le coincidenti occorrenze $L_i^a$ e $R_j^b$ sono eventi distinti.*
Dove $a$ e $b$ assumono ciascuno i due valori $+$ e $-$.
Vediamo cosa dicono al riguardo i tre autori:

> Large spatial separation of coinciding events of type $L_i^a$ e $R_j^b$ suggests that the respective instances are indeed distinct events. This excludes an explanation of the correlations by *event identity*, as is the case, for example, with a tossed coin for the perfect correlation of the event types 'head up' and 'tails down'.[33]

**Assunzione 3 (LOC1)**:

Dalla precedente assunzione consegue che *$L_i^a$ e $R_j^b$ non sono causalmente rilevanti l'uno per l'altro.*

Date la validità di PCORR, di SEP e di LOC1 ne consegue la validità della quarta assunzione.

**Assunzione 4 (PCC)**:

*Se due eventi A e B sono correlati e la correlazione non può essere spiegata per mezzo di un nesso causale diretto o per identità tra gli*

[33] G. Grasshoff, S. Portmann, A. Wüthrich, "Minimal Assumption derivation of a Bell-Type Inequality", *The British Journal for the Philosophy of Science*, 56 (2005), p. 668.

*eventi coinvolti, allora deve esistere una causa comune* $V$[34]*, con valori* $q \in I = \{q_1, q_2, q_3, ...., q_k\}$*, in modo tale che* $\Sigma_q p(V_q) = 1$ *e*

$$p(A \wedge B/V_q) = p(A/V_q)p(B/V_q)$$

Per ogni $q$.

Si nota facilmente come questo Principio di Causa Comune corrisponda al *Reichenbach's Common Cause Principle*, che prevede appunto l'appena enunciata condizione di *screening-off*.

Da queste ultime quattro assunzioni segue la natura deterministica delle postulate cause comuni, cioè segue che l'assunzione di EX.

**Assunzione 5 (EX)**:

$$p_{ii}(L_i^+/C_{ii}^{+-}) = p_{ii}(R_i^-/C_{ii}^{+-}) = 1 \tag{4.42}$$

$$p_{ii}(L_i^+/\neg C_{ii}^{+-}) = p_{ii}(R_i^-/\neg C_{ii}^{+-}) = 0 \tag{4.43}$$

e

$$p_{ii}(L_i^-/C_{ii}^{+-}) = p_{ii}(R_i^+/C_{ii}^{+-}) = 0 \tag{4.44}$$

$$p_{ii}(L_i^-/\neg C_{ii}^{+-}) = p_{ii}(R_i^+/\neg C_{ii}^{+-}) = 1 \tag{4.45}$$

Si noti che le *perfect correlations* e l'assunzione della condizione di *screening-off* sotto forma di PCC sono indispensabili per derivare EX:

$$PCORR \wedge SO \rightarrow DCC$$

Quanto appena detto può essere semplicemente sintetizzato nel seguente modo:

> In their derivation Grasshoff et al. (2005) exploit that the screening-off conditions entails that common causes of perfect correlations determine the effects. The slightest deviation from:
>
> $$p_{a=b}(+_a/-_b) = p_{a=b}(+_b/-_a) = 1$$
>
> leads to a breakdown of a that type of derivation.[35]

[34]Come già detto, Grasshoff, Portmann e Wüthrich identificano la causa comune con cause comuni individuali.

[35]S. Portmann, A. Wüthrich, "Minimal Assumption Derivation of a weak Clauser-Horne Inequality", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 38 (2007), p. 848.

Da EX discende inoltre che $C_{ii}^{+-}$ è condizione necessaria e sufficiente per $L_i^+$ e per $R_j^-$, cioè:

$$C_{ii}^{+-} \leftrightarrow L_i^+ \wedge R_j^- \tag{4.46}$$

E che $\neg C_{ii}^{+-}$ è condizione necessaria e sufficiente per $L_i^-$ e per $R_j^+$, cioè:

$$\neg C_{ii}^{+-} \leftrightarrow L_i^- \wedge R_j^+ \tag{4.47}$$

**Assunzione 6 (LOC 2)**:

Come appena osservato, $C_{ii}^{+-}$ è sufficiente per $L_i^+$ sotto l'assunzione che i due setting sperimentali siano paralleli, cioè $L_i$ e $R_j$. Da questo consegue che $C_{ii}^{+-}$, $L_i$ e $R_j$ sono sufficienti per $L_i^+$:

$$C_{ii}^{+-} \wedge L_i \wedge R_j \rightarrow L_i^+ \tag{4.48}$$

Ora per LOC2 abbiamo che:

$$X \wedge L_i \rightarrow L_i^+ \tag{4.49}$$

$$Y \wedge R_j \rightarrow R_j^+ \tag{4.50}$$

Pertanto la sola porzione $C_{ii}^{+-} \wedge L_i$ è per LOC2 sufficiente per $L_i^+$:

$$C_{ii}^{+-} \wedge L_i \rightarrow L_i^+ \tag{4.51}$$

$C_{ii}^{+-} \wedge L_i$ è definito *minimamente sufficiente* poiché nessuna delle sue parti è sufficiente per se stessa. In questo senso si parla di teorie minimali delle variabili nascoste.

**Assunzione 7 (NOWM)**:

Questa condizione assume che non ci sia alcun esito senza alcuna misurazione, precisamente abbiamo:

$$L_i^+ \rightarrow L_i \tag{4.52}$$

$$L_i^- \rightarrow L_i \tag{4.53}$$

$$R_j^+ \rightarrow R_j \tag{4.54}$$

$$R_j^- \rightarrow R_j \tag{4.55}$$

**Assunzione 8 (LOC3)**:

Come già osservato, $\neg C_{ii}^{+-}$ è sufficiente per $\neg L_i^+$ sotto l'assunzione che i due setting sperimentali siano paralleli, cioè $L_i$ e $R_j$. Da questo consegue che $\neg C_{ii}^{+-}$, $L_i$ e $R_j$ sono sufficienti per $\neg L_i^+$:

$$\neg C_{ii}^{+-} \wedge L_i \wedge R_j \rightarrow \neg L_i^+ \tag{4.56}$$

Ora per LOC2 abbiamo che:

$$X \wedge L_i \rightarrow \neg L_i^+ \tag{4.57}$$

$$Y \wedge R_j \rightarrow \neg R_j^+ \tag{4.58}$$

Pertanto la sola porzione $\neg C_{ii}^{+-} \wedge L_i$ è per LOC2 sufficiente per $\neg L_i^+$:

$$\neg C_{ii}^{+-} \wedge L_i \rightarrow \neg L_i^+ \tag{4.59}$$

$\neg C_{ii}^{+-} \wedge L_i$ è definito *minimamente sufficiente* poiché nessuna delle sue parti è sufficiente per se stessa.

Ora possiamo dire che la precedente equazione è equivalente a:

$$L_i^+ \wedge L_i \rightarrow C_{ii}^{+-} \tag{4.60}$$

e anche a:

$$L_i^+ \wedge L_i \rightarrow C_{ii}^{+-} \wedge L_i \tag{4.61}$$

D'accordo con la condizione NOWM, $L_i$ è necessario per $L_i^+$, ossia $L_i^+ \rightarrow L_i$, ma anche $L_i^+ \rightarrow L_i \wedge L_i^+$.

Ora:

$$L_i^+ \rightarrow L_i \wedge L_i^+ \tag{4.62}$$

Insieme a:

$$L_i^+ \wedge L_i \rightarrow C_{ii}^{+-} \wedge L_i$$

Implica:

$$L_i^+ \rightarrow C_{ii}^{+-} \wedge L_i \tag{4.63}$$

E cioè che $C_{ii}^{+-} \wedge L_i$ è necessario per $L_i^+$.

Per cui,$C_{ii}^{+-} \wedge L_i$ non solo è *minimally sufficient* per $L_i^+$, ma è anche *minimally necessary* per $L_i^+$, nel senso che nessuna delle sue parti è necessaria per se stessa per $L_i^+$. In maniera del tutto analoga

$\neg C_{jj}^{+-} \wedge R_j$ è minimamente sufficiente e minimamente necessario per $R_j^+$.

In maniera formale la necessità e la sufficienza possono essere rappresentate, per i vari casi, dai seguenti bicondizionali:

$$C_{11}^{+-} \wedge L_1 \leftrightarrow L_1^+ \tag{4.64}$$

$$C_{22}^{+-} \wedge L_2 \leftrightarrow L_2^+ \tag{4.65}$$

$$\neg C_{22}^{+-} \wedge R_2 \leftrightarrow R_2^+ \tag{4.66}$$

$$\neg C_{33}^{+-} \wedge R_3 \leftrightarrow R_3^+ \tag{4.67}$$

Giunti a questo punto, quello che si può facilmente notare è che, come già puntualizzato in Hofer-Szabó[36], in realtà le cause comuni introdotte da Grasshoff, Portmann e Wüthrich sono esattamente *separate-common cause systems*, poiché se vale:

$$C_{12}^{+-} \wedge L_1 \rightarrow L_1^+$$

Non vale tuttavia la freccia inversa:

$$L_1^+ \rightarrow C_{12}^{+-} \wedge L_1$$

Questo fa supporre che la causa comune individuale di $L_1^+$ possa essere $C_{12}^{+-}$, $C_{12}^{++}$, $C_{13}^{+-}$, $C_{12}^{++}$ oppure $C_{11}^{+-}$.

Tuttavia, come si vede facilmente dalle espressioni (4.64) - 4.67), gli stessi autori sostengono l'equivalenza dei *separate-common cause systems* con le *separate common causes* nei casi di *perfect correlations*.

Ora, sempre dalle equazioni (4.64) - 4.67) abbiamo:

$$p(L_1^+ \wedge R_2^+) = p(L_1 \wedge C_{11}^{+-} \wedge R_2 \wedge \neg C_{22}^{+-}) \tag{4.68}$$

$$p(L_2^+ \wedge R_3^+) = p(L_2 \wedge C_{22}^{+-} \wedge R_3 \wedge \neg C_{33}^{+-}) \tag{4.69}$$

$$p(L_1^+ \wedge R_3^+) = p(L_1 \wedge C_{11}^{+-} \wedge R_3 \wedge \neg C_{33}^{+-}) \tag{4.70}$$

Per la condizione NOWM queste equazioni diventano:

[36] G. Hofer-Szabó, "Separate-versus *Common*-common-cause type derivations of Bell inequalities", *Synthese*, 163 (2008), p. 208, nota 3.

$$p(L_1^+ \wedge R_2^+ \wedge L_1 \wedge R_2) = p(L_1 \wedge C_{11}^{+-} \wedge R_2 \wedge \neg C_{22}^{+-}) \qquad (4.71)$$

$$p(L_2^+ \wedge R_3^+ \wedge L_2 \wedge R_2) = p(L_2 \wedge C_{22}^{+-} \wedge R_3 \wedge \neg C_{33}^{+-}) \qquad (4.72)$$

$$p(L_1^+ \wedge R_3^+ \wedge L_1 \wedge R_3) = p(L_1 \wedge C_{11}^{+-} \wedge R_3 \wedge \neg C_{33}^{+-}) \qquad (4.73)$$

Infine Grasshoff, Portmann e Wüthrich assumono che per tutti $i,\ j = 1,\ 2,\ 3\ (i \neq j)$ valga una nuova condizione, definita come *no-conspiracy*.

**Assunzione 9 (NO-CONS)**:

$$p(C_{11}^{+-} \wedge \neg C_{jj}^{+-} / L_i \wedge R_j) = p(C_{11}^{+-} \wedge \neg C_{jj}^{+-}) \qquad (4.74)$$

Si ricorda che questa forma di *no-conspiracy* presuppone l'indipendenza delle *separate-common causes* dalle operazioni di misurazione e anche l'indipendenza di ogni combinazione delle supposte cause comuni da queste ultime.

Date quest'ultima assunzione e le equazioni (4.71) - (4.73), la seguente uguaglianza, vera per definizione di probabilità condizionale:

$$p(L_1^+ \wedge R_2^+ / L_1 \wedge R_2) = \frac{p(L_1^+ \wedge R_2^+ \wedge L_1 \wedge R_2)}{p(L_1 \wedge R_2)}$$

Può essere trasformata in:

$$p(L_1^+ \wedge R_2^+ / L_1 \wedge R_2) = \frac{p(L_1 \wedge C_{11}^{+-} \wedge R_2 \wedge \neg C_{22}^{+-})}{p(L_1 \wedge R_2)}$$

per via dell'equazione (4.71), e in:

$$p(L_1^+ \wedge R_2^+ / L_1 \wedge R_2) = p(C_{11}^{+-} \wedge \neg C_{22}^{+-} / L_1 \wedge R_2)$$

per definizione di probabilità, e in:

$$p(L_1^+ \wedge R_2^+ / L_1 \wedge R_2) = p(C_{11}^{+-} \wedge \neg C_{22}^{+-})$$

per l'assunzione di NO-CONS, e infine in:

$$p(L_1^+ \wedge R_2^+ / L_1 \wedge R_2) = p(C_{11}^{+-} \wedge \neg C_{22}^{+-} \wedge C_{33}^{+-}) + p(C_{11}^{+-} \wedge \neg C_{22}^{+-} \wedge \neg C_{33}^{+-})$$

per un noto problema del calcolo delle probabilità secondo cui $p(A) = p(A \wedge B) + p(A \wedge \neg B)$ per ogni $A$ e $B$.

Trasformando le altre due espressioni in maniera analoga otteniamo, non solo:

$$p(L_1^+ \wedge R_2^+ / L_1 \wedge R_2) = p(C_{11}^{+-} \wedge \neg C_{22}^{+-} \wedge C_{33}^{+-}) + p(C_{11}^{+-} \wedge \neg C_{22}^{+-} \wedge \neg C_{33}^{+-}) \tag{4.75}$$

ma anche:

$$p(L_2^+ \wedge R_3^+ / L_2 \wedge R_3) = p(C_{11}^{+-} \wedge C_{22}^{+-} \wedge \neg C_{33}^{+-}) + p(\neg C_{11}^{+-} \wedge C_{22}^{+-} \wedge \neg C_{33}^{+-}) \tag{4.76}$$

$$p(L_1^+ \wedge R_3^+ / L_1 \wedge R_3) = p(C_{11}^{+-} \wedge C_{22}^{+-} \wedge \neg C_{33}^{+-}) + p(C_{11}^{+-} \wedge \neg C_{22}^{+-} \wedge \neg C_{33}^{+-}) \tag{4.77}$$

Ora, dal momento che entrambi i termini nella parte destra dell'equazione (4.77) compaiono nella somma tra le parti destre delle equazioni (4.75) e (4.76), possiamo derivare la seguente diseguaglianza di Bell:

$$p(L_1^+ \wedge R_3^+ / L_1 \wedge R_3) \leq p(L_1^+ \wedge R_2^+ / L_1 \wedge R_2) + p(L_2^+ \wedge R_3^+ / L_2 \wedge R_3) \tag{4.78}$$

Che noi sappiamo essere falsificata dalle previsioni statistiche originate dal formalismo della Meccanica Quantistica e anche dai test sperimentali.

Questa derivazione della diseguaglianza di Bell per *separate-common causes* ha dimostrato l'attendibilità della congettura di Szabó, ossia che non esiste un modello di cause comuni individuali che sia locale e non-cospirativo per le correlazioni EPR.

### 4.2.3 La derivazione di Clauser e Horne

John Clauser e Michael Horne, nel loro *Experimental Consequences of Objective Local Theories* del 1974, hanno esteso quanto già sostenuto e dimostrato nei due principali lavori di John Bell sulle correlazioni quantistiche[37].

[37] J.S. Bell, "On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox", *Physics*, 1 (1964), pp. 195-200; J.S. Bell, "On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics",

Infatti, i due importanti lavori di Bell hanno mostrato che le predizioni statistiche della Meccanica Quantistica per certi sistemi di due particelle correlate ma spazialmente separate sono incompatibili con un'ampia classe di teorie locali.

Nel suo primo lavoro, Bell ha mostrato che qualsiasi teoria deterministica che soddisfi una particolare condizione di località debba essere necessariamente incompatibile con le previsioni quanto-meccaniche[38].

Nell'esaminare la dimostrazione che Bell propone nel suo primo scritto, si potrebbe congetturare che sia il carattere deterministico della teoria ad essere incompatibile con le previsioni statistiche della Meccanica Quantistica. Tuttavia, questa congettura ha rivelato la sua incorrettezza, poiché lo stesso Bell ha dimostrato, nel suo secondo lavoro, che qualsiasi teoria non-deterministica che soddisfi una particolare condizione di località sia incompatibile con le previsioni quanto-meccaniche[39].

L'incompatibilità della classe delle teorie locali con la Meccanica Quantistica è già stata dimostrata, pertanto, dallo stesso Bell. Tuttavia, come sostengono Clauser e Horne:

> [...] The result is in a form that is not practically experimentally testable.[40]

I due autori propongono un nuovo teorema di incompatibilità che possa produrre dei risultati testabili sperimentalmente. Ma prima di proporre un teorema di incompatibilità sperimentalmente testabile, Clauser e Horne definiscono un'ampia classe di teorie designate come *objective local theories* (OLT).

La classe di queste teorie è definita all'interno di un esperimento in cui una sorgente è adibita a numerose emissioni di una coppia di particelle subatomiche, particelle che si muovono ciascuna in due direzioni opposte e che vengono rilevate da un sistema di polarizzatore-detector. Ciascun apparato di rilevazione si compone, infatti, di un polarizzatore che può essere orientato in differenti direzioni di misurazione, direzioni di tipo $\alpha$ ($\alpha = a,\ a'$) per il primo apparato e

*Review of Modern Physics*, 38 (1966), pp. 447-452. Si veda anche B. d'Espagnat (cur.), *Foundation of Quantum Mechanics, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course XLIX*, New York, Academic Press, 1971, p. 171.

[38] J.S. Bell, "On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox", *Physics*, 1 (1964), pp. 195-200.

[39] J.S. Bell, "On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics", *Review of Modern Physics*, 38 (1966), pp. 447-452.

[40] J.F.Clauser, M.A. Horne, "Experimental Consequences of Objective Local Theories, *Phisical Review D*, 10 (1974), p. 526.

direzioni di tipo $\beta$ ($\beta = b$, $b'$) per il secondo apparato, e di un rilevatore di particelle. Questo sistema sperimentale può essere facilmente schematizzato dalla seguente figura[41]:

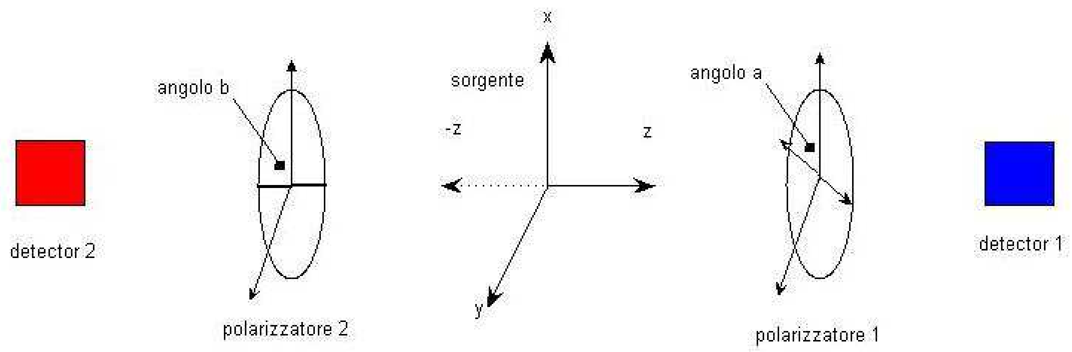


Figura 4.2.3a: Schema sperimentale per OLT

Durante un preciso intervallo temporale, mentre i due polarizzatori sono rispettivamente posizionati nelle due direzioni arbitrarie $\alpha$ e $\beta$, la sorgente emette un numero $N$ di due coppie di particelle. Durante questo intervallo temporale, si indica con $N_1(\alpha)$ e $N_2(\beta)$ il numero delle rilevazioni da parte dell'apparato di misurazione 1 e da parte dell'apparato di misurazione 2 rispettivamente, e con $N_{12}(\alpha, \beta)$ il numero simultaneo delle rilevazioni da parte dei due apparati di misurazione. Ora, se $N$ è sufficientemente grande si hanno le seguenti stime di probabilità:

$$p_1(\alpha) = N_1(\alpha)/N$$

$$p_2(\beta) = N_2(\beta)/N$$

$$p_{12}(\alpha, \beta) = N_{12}(\alpha, \beta)/N$$

I due autori sostengono inoltre, come si può ben vedere dalla precedente figura, che ciascuna delle due particelle possiede uno stato iniziale $\lambda$, definito come lo stato totale del sistema e sufficiente a determinare la probabilità degli esiti di misurazione.

La probabilità che un particolare esito di misurazione venga rilevato dall'apparato 1 è indicata con $p_1(\lambda, \alpha)$, la probabilità che un

[41] *Ivi*, p. 527.

particolare esito di misurazione venga rilevato dall'apparato 2 è indicata con $p_2(\lambda, \beta)$, e la probabilità che i due esiti di misurazione vengano rilevati contemporaneamente dai due apparati è indicata con $p_{12}(\lambda, \alpha, \beta)$.

Poiché, in generale, ogni assemblato di sistemi emessi dalla sorgente non ha esattamente lo stesso stato iniziale, i due autori suppongono una mistura di stati e indicano con $\rho(\lambda)$ la densità di probabilità normalizzata che caratterizza l'assemblato delle varie emissioni di particelle. In tal modo le probabilità sopra indicate possono essere rappresentate nel seguente modo:

$$p_1(\alpha) = \int_\Gamma d\lambda \;\; \rho(\lambda) p_1(\lambda, \alpha) \tag{4.79}$$

$$p_2(\beta) = \int_\Gamma d\lambda \;\; \rho(\lambda) p_2(\lambda, \beta) \tag{4.80}$$

$$p_{12}(\alpha, \beta) = \int_\Gamma d\lambda \;\; \rho(\lambda) p_{12}(\lambda, \alpha, \beta) \tag{4.81}$$

Dove $\Gamma$ è lo spazio dei vari stati $\lambda$.

Come dicono gli stessi autori, le equazioni (4.79)-(4.81) sono alquanto generali e considerano un caso particolare di queste, in cui:

$$p_{12}(\lambda, \alpha, \beta) = p_1(\lambda, \alpha) p_2(\lambda, \beta) \tag{4.82}$$

Cosa giustifica questa *factored form*?[42]

> Clearly, if each source emission consists of *two well-localized subsystems*, e.g., *a pair of objective particles*, and there is no action at distance, then the factored form is a reasonable locality condition.[43]

È priroprio dai due concetti di *two well-localized subsystems* e di *a pair of objective particles* che deriva la definizione di *objective local theory*, espressa nell'equazione (4.82).

Giunti a questo punto, Clauser e Horne propongono un teorema di incompatibilità per teorie locali stocastiche con l'intento di fornire dei nuovi risultati sperimentali[44]. La novità del lavoro di Clauser e Horne consiste, non soltanto nella proposta di un teorema testabile

---

[42] *Ivi*, p. 528.
[43] *Ibidem*. I corsivi sono i miei.
[44] *Ivi*, pp. 528-530.

sperimentalmente, ma anche nell'utilizzo di un'assunzione supplementare più debole rispetto a quelle utilizzate in precedenza[45]. Questa condizione riguarda esattamente l'efficienza dei polarizzatori coinvolti nell'esperimento. Usando le parole degli stessi autori, possiamo definire la nostra assunzione come segue:

> The assumption is that, for every emission $\lambda$, the probability of a count with polarizer in place is less than or equal to the probability with the polarizer removed.[46]

In sostanza, se $\infty$ denota l'assenza del polarizzatore, $p_1(\lambda, \infty)$ denota la probabilità di rilevazione di un particolare esito di misura da parte del detector 1 in assenza del polarizzatore, e $p_2(\lambda, \infty)$ denota la probabilità di rilevazione di un particolare esito di misura da parte del detector 2 in assenza di polarizzatore, allora l'assunzione aggiuntiva di Clauser e Horne può essere formulata come segue:

$$0 \leq p_1(\lambda, \alpha) \leq p_1(\lambda, \infty) \leq 1 \tag{4.83}$$

$$0 \leq p_2(\lambda, \beta) \leq p_2(\lambda, \infty) \leq 1 \tag{4.84}$$

Da questo se ne deduce la mancanza di una perfetta efficienza da parte dei due polarizzatori e, di conseguenza, la portata di quanto sostenuto in (4.83) e (4.84): si abbandona l'idea dell'esistenza di *perfect correlations* anche in casi di orientazione parallela dei due polarizzatori. Data l'assunzione di *non-perfect correlations* e dato l'utilizzo di cause comuni non deterministiche, Clauser e Horne derivano un teorema analogo la Teorema di Bell. Questo può essere riassunto nel seguente modo:

$\neg DCC \wedge \neg PCORR \rightarrow$ *No-go Theorem*

Dove $\neg DCC$ sta per *cause comuni stocastiche*, $\neg PCORR$ sta per *perfect correlations* e *No-go Theorem* rappresenta il teorema di incompatibilità proposto da Clauser e Horne.

Infine gli autori costruiscono un modello sperimentalmente testabile di *objective local theories.*

Il modello si presenta come segue: una sorgente emette due particelle (1 e 2); la particella 1 si muove lungo l'asse $z$ in direzione positiva $(+z)$ verso l'apparato di misurazione 1 e la particella 2 si muove lungo

[45] J.S. Bell, "On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics", *Review of Modern Physics*, 38 (1966), pp. 447-452.

[46] J.F.Clauser, M.A. Horne, "Experimental Consequences of Objective Local Theories, *Phisical Review D*, 10 (1974), p. 530.

l'asse $z$ in direzione opposta $(-z)$ verso l'apparato di misurazione 2. Entrambe le particelle possiedono uno stato comune $\lambda$, ossia la stessa direzione azimutale[47]. Gli autori specificano, inoltre, l'orientazione dei due polarizzatori (orientazioni di tipo $\alpha = a,\ a'$ per 1 e orientazioni di tipo $\beta = b,\ b'$ per 2). L'esperimento proposto da Clauser e Horne può essere raffigurato come segue:

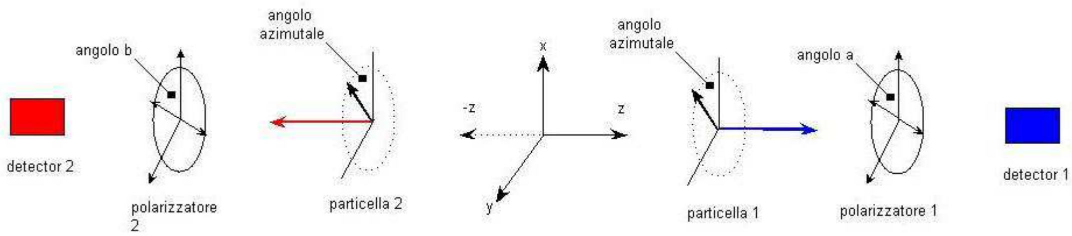


Figura 4.2.3b: Modello sperimentale testabile per OLT

Nella figura sono illustrate due particelle, 1 e 2, che hanno la stessa direzione azimutale $\lambda$, la quale, insieme all'orientazione dei due polarizzatori $\alpha = a,\ a'$ e $\beta = b,\ b'$, determina la probabilità di un particolare esito di misurazione.

La causa degli esiti di misurazione è pertanto attribuita allo stato comune $\lambda$ e all'orientazione dei due polarizzatori nei due lati del setting sperimentale. Dato che $\alpha = a,\ a'$ e $\beta = b,\ b'$, se $L_b$ sta per misurazione in direzione $b$ sul lato sinistro del setting sperimentale, $L_{b'}$ sta per misurazione in direzione $b'$ sul lato sinistro del setting sperimentale, $R_a$ sta per misurazione in direzione $a$ sul lato destro del setting sperimentale, $R_{a'}$ sta per misurazione in direzione $a'$ sul lato destro del setting sperimentale e $C$ sta per causa comune ai due esiti di misurazione, allora possiamo scrivere:

$$(L_b R_a \wedge \lambda) \in C$$

$$(L_b R_{a'} \wedge \lambda) \in C$$

$$(L_{b'} R_a \wedge \lambda) \in C$$

$$(L_{b'} R_{a'} \wedge \lambda) \in C$$

[47]Quest'angolo specifica una direzione perpendicolare rispetto agli assi di fuga.

Si nota facilmente come le cause comuni introdotte da Clauser e Horne siano *common-common causes*. Lo stato $\lambda$ è infatti comune a tutte le possibili correlazioni; Inoltre, se $b'$ e $a$ sono due direzioni parallele tra loro, $L_{b'}R_a$ è, per esempio, comune a due possibili correlazioni: $L_{b'}^+R_a^-$ e $L_{b'}^-R_a^+$; ancora, se $b$ e $a$ non sono due direzioni parallele tra loro, $L_bR_a$ è, per esempio, comune a quattro possibili correlazioni: $L_b^+R_a^-$, $L_b^-R_a^+$, $L_b^+R_a+$, $L_b^-R_a^-$.

Per quanto concerne, pertanto, il lavoro proposto da Clauser e Horne, possiamo concludere che la seguente espressione già precedentemente citata:

$\neg DCC \wedge \neg PCORR \rightarrow$ *No-go Theorem*

Può essere riscritta come segue:

$\neg DCCC \wedge \neg PCORR \rightarrow$ *No-go Theorem*

Dove $\neg DCCC$ sta per *non-deterministic common-common causes*.

Sarà il lavoro di Portmann e Wüthrich del 2007 ad estendere la validità del teorema di Clauser e Horne anche ai casi in cui è prevista l'esistenza di *non-deterministic separate-common causes*.

### 4.2.4 La derivazione di Portmann e Wüthrich

Come precedentemente osservato, il lavoro proposto da Grasshoff, Portmann e Wüthrich nel 2005 assumeva, come fondamentale punto di partenza per lo studio delle correlazioni EPR, l'esistenza di correlazioni perfette. Nel lavoro che Portmann e Wüthrich propongono nel 2007 si propone la derivazione di un *similar Bell-type theorem*[48] senza l'assunzione delle cosiddette *perfect correlations* e per contesti indeterministici. Ecco cosa dicono al riguardo gli stessi autori riguardo al loro precedente lavoro in collaborazione con Grasshoff:

> [...], there are reasons to think that PCORR[49] is false [...], which limits the significance of our result. In this article, we derive a Bell-type inequality without assuming PCORR.[50]

---

[48] S. Portmann, A. Wüthrich, "Minimal Assumption Derivation of a Weak Clauser-Horne Inequality",*Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 38 (2007), p. 844.

[49] Abbreviazione per *perfect correlations*.

[50] S. Portmann, A. Wüthrich, "Minimal Assumption Derivation of a Weak Clauser-Horne Inequality",*Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 38 (2007), p. 845.

Quali sono le *reasons* di cui parlano i due autori? Una delle ragioni consiste nel fatto che in pratica gli strumenti di misurazione non sono mai orientati in direzioni perfettamente parallele: alcune piccole variazioni dall'allineamento perfettamente parallelo dei due polarizzatori sono consistenti con i dati empirici. Per ciascuna direzione di misurazione $(a,b)$, le probabilità condizionali $p_{a,a}(L_a^+/R_b^-)$ e $p_{b,b}(L_b^+/R_b^-)$ sono definite come segue:

$$p_{a,a}(L_a^+/R_a^-) = 1 - \epsilon_b$$

$$p_{b,b}(L_b^+/R_b^-) = 1 - \epsilon_b$$

Tuttavia, l'abbandono dell'assunzione di correlazioni perfette è, come visto nella precedente sezione, anche una caratteristica della nota derivazione di Clauser e Horne. Ad ogni modo, la derivazione di Portmann e Wüthrich giunge alla nota diseguaglianza di Bell, o qualcosa ad essa analogo, attraverso l'indebolimento di alcune assunzioni, precisamente l'adattamento di alcune importanti condizioni, presenti anche nella derivazione di Clauser e Horne, all'utilizzo di *separate-common causes*. Pertanto la derivazione di qua in esame non assume solo una deviazione dalle correlazioni perfette ma anche l'utilizzo di *separate-common causes*.

Come nel precedente lavoro del 2005, Portmann e Wüthrich ipotizzano una causa comune $C^{abAB}$ per ogni quadrupla di direzioni di misurazione e di esiti di misurazione[51], dove $C$ sta per *causa comune*, $a$ e $b$ stanno per le orientazioni degli apparati di misurazione nei due lati del setting sperimentale, $A$ e $B$ stanno rispettivamente per gli esisti di misurazione e possono assumere ciascuno i valori $+$ e $-$, ossia *spin-up* e *spin-down*:

$L_a^+ R_a^-$ $\quad C_{aa}^{+-}$

$L_a^- R_a^+$ $\quad \neg C_{aa}^{+-}$

$L_a^+ R_b^+$ $\quad C_{ab}^{++}$

$L_a^- R_b^-$ $\quad \neg C_{ab}^{++}$

$L_a^+ R_b^-$ $\quad C_{ab}^{+-}$

$L_a^- R_b^+$ $\quad \neg C_{ab}^{+-}$

Dove $a \neq b$ e sia $a$ che $b$ possono assumere i valori: 1, 2, 3.

[51] S. Portmann, A. Wüthrich, "Minimal Assumption Derivation of a Weak Clauser-Horne Inequality", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 38 (2007), p. 848.

Le *separate-common causes* proposte da Portmann e Wüthrich rispettano la seguente definizione di *screening-off*, dove $A_a$ sta per l'esito di misurazione di spin sul lato sinistro del setting sperimentale data la direzione $a$, $B_b$ sta per l'esito di misurazione di spin sul lato destro del setting sperimentale data la direzione $b$, e $C_i^{abAB}$ sta per l'appropriata *separate-common cause*:

$$p_{a,b}(A_a \wedge B_b/C_i^{abAB}) = p_{a,b}(A_a/C_i^{abAB})p_{a,b}(B_b/C_i^{abAB}) \qquad (4.85)$$

In cui ∀i ∈ $I^{abAB}$.[52]

Da quanto già detto nella sezione 4.2, la definizione di *separate-common causes* sarebbe più debole della definizione di *common-common causes*. Per queste ultime è valida la seguente condizione di *screening-off*, dove $C_i$ sta per *common-common cause*:

$$p_{a,b}(A_a \wedge B_b/C_i) = p_{a,b}(A_a/C_i)p_{a,b}(B_b/C_i) \qquad (4.86)$$

In cui ∀i ∈ $I$.

Matematicamente, l'equazione (4.86) è più forte dell'equazione (4.85).

Si assume inoltre la condizione di *Locality*, che per *separate-common causes* è definita nel seguente modo:

$$p(A_a/abC_i^{abAB}) = p_(A_a/aC_i^{abAB}) \qquad (4.87)$$

$$p(B_b/abC_i^{abAB}) = p_(B_b/bC_i^{abAB}) \qquad (4.88)$$

Questa assunzione si pone come scopo quello di prevenire la possibilità di azione causale superluminale.

Nelle derivazioni tradizionali, ossia in quelle derivazioni che prevedono l'utilizzo di *common-common causes* la precedente equazione è definita nel seguente modo:

$$p(A_a/abC_i) = p_(A_a/aC_i) \qquad (4.89)$$

$$p(B_b/abC_i) = p_(B_b/bC_i) \qquad (4.90)$$

Un'altro gruppo di importanti condizioni assunte dagli autori è il seguente:

$$p(aC_i^{aaAB}) = p(a)p(C_i^{aaAB}) \qquad (4.91)$$

[52] Gli autori assumono che la cardinalità di $I$ sia *countable*, pur ammettendo di estendere il discorso anche al caso in cui la cardinalità di $I$ sia *uncountable*.

$$p(bC_i^{bbAB}) = p(b)p(C_i^{bbAB}) \quad (4.92)$$

$$p(abC_i^{aaAB}) = p(ab)p(C_i^{aaAB}) \quad (4.93)$$

$$p(abC_i^{bbAB}) = p(ab)p(C_i^{bbAB}) \quad (4.94)$$

$$p(abC_i^{aaAB}C_i^{bbAB}) = p(ab)p(C_i^{aaAB}C_i^{bbAB}) \quad (4.95)$$

Queste condizioni escludono la rilevanza causale delle cause comuni per le orientazioni degli apparati di misurazione e viceversa. Questa condizione è, insomma, la nostra *no-conspiracy* per *separate-common causes.*

Date tutte le condizioni qui di sopra riportate, Portmann e Wüthrich derivano qualcosa di analogo alla diseguaglianza di Bell[53], rispondendo negativamente alla seguente domanda: "Possiamo evitare la diseguaglianza di Bell, utilizzando *Reichenbachian separate-common causes*[54] e ipotizzando una qualche variazione dalle cosiddette *perfect correlations*?".

## 4.3 I modelli cospirativi retrocausativi

Come abbiamo potuto vedere, il modello cospirativo di Szabó insiste sulla validità del Principio di *Common Cause* di Reichenbach e si tratta di una soluzione che si inserisce, in qualche modo, all'interno di quelle proposte dalle teorie cospirative. Come precedentemente detto, queste teorie mettono in discussione la condizione che van Fraassen aveva chiamato, nel suo lavoro del 1982, *Hidden Autonomy* e che aveva formalizzato nella formula (3.18):

*Hidden Autonomy*:

$$P(Aq/Li \wedge Rj) = P(Aq)$$

[53] S. Portmann, A. Wüthrich, "Minimal Assumption Derivation of a Weak Clauser-Horne Inequality", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 38 (2007), p. 852.

[54] Dove con 'Reichenbachian' si intende la validità della condizione di adombramento.

Questa condizione stabiliva che $Aq$, la nostra causa comune nascosta $C$, fosse indipendente dal tipo di misurazioni effettuate sui due lati del setting sperimentale.

La violazione di questa condizione è stata usualmente identificata con una sorta di *conspiracy*. Vediamo qua sotto un esempio di modello cospirativo:

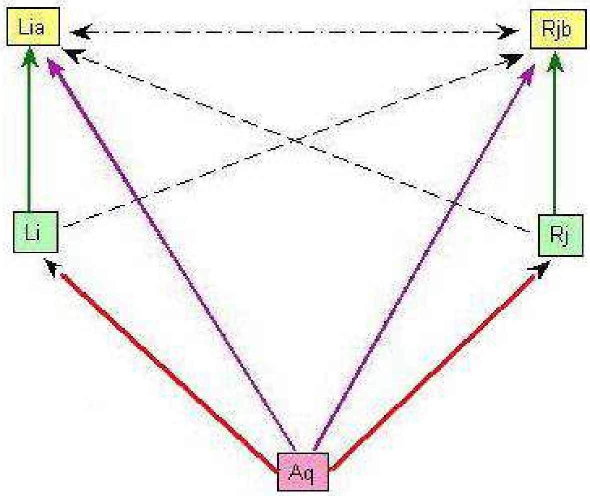


Figura 4.3a: Violazione della *conspiracy condition*

Dove la freccia rossa indica appunto la violazione della *conspiracy condition*, $Aq$ indica la nostra variabile nascosta, $Li$ e $Rj$ indicano rispettivamente l'operazione di misurazione sul lato sinitro del setting sperimentale in direzione $i$ e l'operazione di misurazione sul lato destro del setting sperimentale in direzione $j$, $Lia$ e $Rjb$ indicano rispettivamente l'esito di misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale in direzione $i$ e l'esito di misurazione sul lato destro del setting sperimentale in direzione $j$.

Come ben precisato da San Pedro García[55], è importante sottolineare che questo genere di modelli hanno come immediata conseguenza il fatto di non essere fattorizzabili, ossia violano la condizione di Fattorizzabilità e non consentono pertanto una derivazione di una qualsiasi forma di Teorema di Bell.

[55] I. San Pedro García, *Reichenbach's Common Cause Principle and Quantum Correlations*, Ph.D. Thesis, University of the Basque Country/Computense de Madrid, p. 168-169.

Una violazione della formula sopra mostrata infatti indica che:

$$P(Aq/Li) \neq P(Aq) \cdot P(Li)$$

E:

$$P(Aq/Rj) \neq P(Aq) \cdot P(Rj)$$

Da cui consegue anche la dipendenza statistica tra gli esiti di misurazione ed entrambi i setting sperimentali:

$$P(Lia/Li \wedge Rj \wedge Aq) \neq P(Lia/Li \wedge Aq)$$

$$P(Rja/Li \wedge Rj \wedge Aq) \neq P(Rjb/Rj \wedge Aq)$$

Si nota immediatamente che quest'espressione non è altro che la violazione di una delle due parti fondamentali che compongono la condizione di Fattorizzabilità, ossia quella che van Fraassen ha chiamato *Hidden Locality*.

Inoltre, è a mio avviso cruciale sottolineare un'altra questione. Come si vede dalla figura, un modello così costruito presenta un nesso causale che va dalla nostra *common cause* nascosta verso i due nostri strumenti di misurazione. Pertanto emerge in maniera immediata la questione filosofica del "libero arbitrio". Come è possibile infatti salvaguardare la libertà dello sperimentatore di poter effettuare qualsiasi tipo di misura su ciascun lato del setting sperimentale se queste misure subiscono l'influenza causale di $Aq$? Tali modelli presenterebbero il vantaggio di consentire una spiegazione in termini causali alla Reichenbach, ma sarebbero decisamente più numerosi gli svantaggi, poiché il libero arbitrio sarebbe messo in serio pericolo.

È proprio nell'ambito delle teorie cospirative che si inserisce il lavoro di Huw Price, il quale propone un modello cospirativo retrocausativo.

Nel suo *Time's Arrow and Archimede's Point*[56], Huw Price si propone di mostrare i vantaggi che una qualche forma di *backward causation* potrebbe apportare alla spiegazione in termini causali delle correlazioni EPR e all'interpretazione in direzione realista della Teoria dei Quanti.

Huw Price parte dalla considerazione che l'asimmetria causale potrebbe riflettere semplicemente il fatto che sappiamo di più sulla storia passata di un sistema rispetto a quanto sappiamo della sua storia futura. In questo caso l'asimmetria causale non sarebbe differente dalle

[56]H. Price, *Time's arrow and Archimede's point*, New York - Oxford, Oxford University Press, 1996.

situazioni familiari in cui descriviamo qualcosa in modo incompleto. Price prende come esempio il caso di un indagine medica. Un paziente consulta il suo medico, che ipotizza una storia clinica e compie una serie di test. Ad ogni stadio il medico è capace di descrivere il suo paziente in termini che riflettono il risultato di indagini già compiute, ma non in base a quelle che ancora non sono state effettuate. Inizialmente il medico potrà descrivere il suo paziente come un trentacinquenne, di media altezza, con alta pressione sanguigna e recenti problemi allo stomaco. Non potrà, tuttavia, descriverlo come qualcuno con un lisca di pesce nell'esofago, poiché la radiografia che rivela questo ancora non è stata effettuata. Tuttavia, questo non significa che la spina di pesce non sia nell'esofago del paziente. Quest'esempio mette in luce il fatto che esistono due livelli possibili di descrizione: uno riguarda il mondo a noi noto e, quindi, il nostro grado di conoscenza o ignoranza, l'altro riguarda lo stato reale delle cose. Allo stesso modo potremmo affermare che esiste uno stato di ignoranza circa il futuro e che questo determina la presunzione erronea che ci sia asimmetria causale. Il mondo, pertanto, potrebbe essere epistemicamente asimmetrico ma presentare una struttura ontica perfettamente simmetrica. Ammettere che ci sia un'asimmetria causale nella nostra conoscenza del mondo è molto differente dall'ammettere che il mondo sia di per sé causalmente asimmetrico e che ogni cosa sia originata unicamente dal suo passato. Secondo Price, l'asimmetria causale riguarderebbe solo la nostra conoscenza e non il mondo in se stesso. Analizziamo ora nel dettaglio la posizione di Huw Price osservando il seguente schema di modello retrocausativo per le correlazioni EPR:

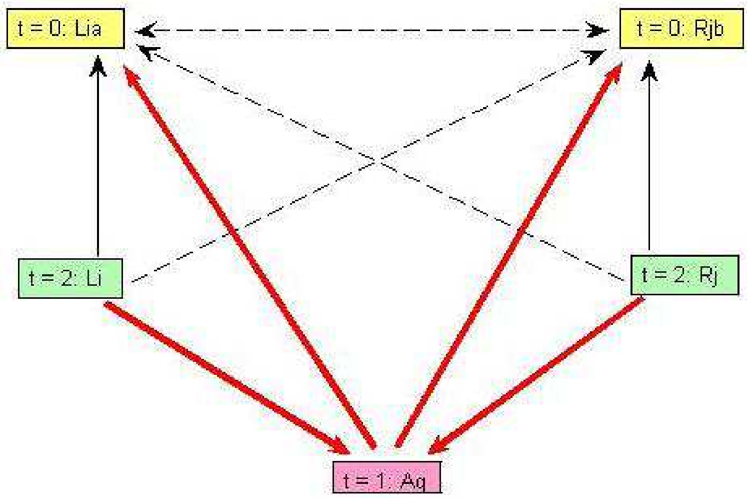


Figura 4.3b: Il modello cospirativo retrocausativo di Price

Dove $Aq$ indica la nostra variabile nascosta, $Li$ e $Rj$ indicano rispettivamente l'operazione di misurazione sul lato sinitro del setting sperimentale in direzione $i$ e l'operazione di misurazione sul lato destro del setting sperimentale in direzione $j$, $Lia$ e $Rjb$ indicano rispettivamente l'esito di misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale in direzione $i$ e l'esito di misurazione sul lato destro del setting sperimentale in direzione $j$.

Da questa immagine emerge chiaramente che, in questo modello, esiste un nesso causale che va dalle due misurazioni alla *common cause* nascosta, che a sua volta va ad interagire direttamente sui due esiti di misurazione. Si tratta di un modello retrocausativo i cui le due misurazioni effettuate sui due lati del setting sperimentali hanno luogo in un tempo futuro rispetto all'evento che funge da causa comune, e la causa comune retroagisce sui due esiti di misurazione in entrambi i lati del setting sperimentale.

Quello presentato da Price è chiaramente un modello cospirativo, in cui è violata la seguente *Bell's independence assumption*[57], ossia la condizione di *Hidden Autonomy* di van Fraassen:

$$P(Aq/Li \wedge Rj) = P(Aq)$$

[57] *Ivi*, p. 232.

Il modello di Price, come si può anche visibilmente cogliere dalla precedente figura, rimane un modello locale in senso einsteiniano: è previsto il rispetto della Relatività Ristretta, ossia non è violata quella condizione che van Fraassen ha definito *Causality*; la causa comune, infatti, ha esattamente luogo nella zona di intersezione tra le due parti di cono di luce che rappresentano il futuro dei due esiti di misurazione in EPR; come mostra più dettagliatamente questa seconda figura:

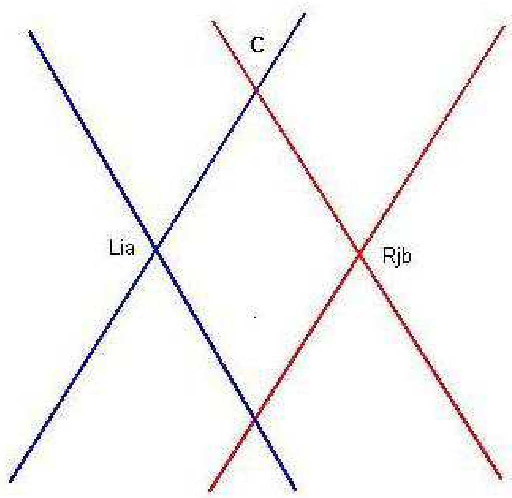


Figura 4.3c: Il modello di Price non viola la Relatività Ristretta

Dove $C$ indica la nostra causa comune nascosta e $Lia$ e $Rjb$ indicano rispettivamente l'esito di misurazione sul lato sinistro del setting sperimentale in direzione $i$ e l'esito di misurazione sul lato destro del setting sperimentale in direzione $j$.

Il modello retrocausativo di Price, nonostante sia un modello cospirativo, sembra inoltre non presentare problemi di nessun genere per quanto concerne la questione del *free will*. Vediamo cosa dice Price al riguardo:

> I want to show that we may help ourselves to the advantages of giving up Bell's independence assumption, [...], but save free will. The secret lies in advanced action.[58]

E ancora:

[58] *Ivi*, pp. 232-233.

> I want to show that the apparent problem about free will stems from two sources. First, the few physicists who have thought about giving up the independence assumption have tended to think not of advanced action but of another possibility, which does raise legitimate concerns about free will. Second, [...], the remaining concern about free will arises from the mistake of reading the connection between the prior state of the physical system and the experimenter's choice in the wrong direction.[59]

Infatti, sono i due eventi di misurazione ad avere potere causale sull'evento che funge da causa comune e non viceversa, permettendo in tal modo allo sperimentatore di scegliere liberamente la direzione su cui effettuare la misurazione.

La teoria di Price presenta ancora un'importante vantaggio: essa sembra essere perfettamente compatibile con il realismo di Einstein. L'intento principale di Price consiste, infatti, nel mostrare che la Meccanica Quantistica è, come aveva voluto lo stesso Einstein, una teoria incompleta. Dal ragionamento di Price segue che le attuali proprietà delle particelle sono determinate dalle condizioni future che esse possono incontrare. Negli esperimenti di tipo *entangled* le attuali proprietà delle particelle sono il risultato della misurazione di spin che viene fatta nel futuro. Tuttavia, anche se il futuro causa il passato, quest'ultimo è comunque temporalmente antecedente al futuro stesso e, dunque, i sottosistemi $S_1$ e $S_2$ hanno un valore di spin definito ancor prima della nostra misurazione.

Insomma, la negazione dell'asimmetria causale, consentirebbe di dare ragione ad Einstein, naturalmente in un modo che il grande scienziato non aveva neppure preso in considerazione. La retrocausazione sembra, dunque, favorire il punto di vista einsteiniano sul significato della Meccanica Quantistica: $S_1$ ed $S_2$ hanno proprietà di spin definite prima che qualsiasi misurazione venga effettuata, la probabilità assegnata ai possibili risultati di spin per ciascun sottosistema è epistemica e non ontica, e la Teoria è incompleta.

Price è, dal canto suo, pienamente consapevole del fatto che l'introduzione di una qualche forma di retro-causazione fallisca nell'intento di salvare una certa forma di realismo, cioè l'idea che esista un mondo fisico oggettivo indipendente dalle nostre osservazioni. Se la nostra attuale misurazione agisce sugli stati precedenti di ciò che noi osserviamo, allora il mondo esterno non è indipendente. Se noi avessimo scelto ora di fare una differente misurazione, il nostro passato sarebbe stato differente.

[59] *Ivi*, p. 233.

Tuttavia, con la retro-causazione si ammette che il futuro condizioni causalmente il passato ma il passato sia comunque antecedente temporalmente al futuro. Allora una qualsiasi proprietà è comunque già definita prima che venga fatta una qualunque misurazione. In tal modo non c'è alcuna incompatibilità tra retro-causazione e realismo einsteiniano. La retrocausazione, insomma, consente che il principio di *No Disturbance* (ND), introdotto da Hilary Putnam[60], non sia violato dall'introduzione di un'azione anticipata, cioè dall'introduzione di una qualche forma di retro-causazione.

In conclusione l'introduzione di una forma di retro-causazione consente di dare ragione ad Einstein, salvando l'ipotesi di Realismo, contrariamente a quanto veniva sostenuto dall'interpretazione di Copenhagen. L'utilizzo dell'ipotesi di retro-causazione all'interno della Meccanica Quantistica ci consente di ricondurre le probabilità quantistiche a probabilità epistemiche.

Si potrebbe, dunque, dire che l'argomento della retrocausazione permette numerosi vantaggi: consente, per le correlazioni EPR, un modello causale in accordo con la Teoria della Relatività Ristretta di Einstein, preserva la determinatezza (realismo) e, dunque, la continuità causale, riconducendo la probabilità quantistica a probabilità epistemica, e conserva la validità del libero arbitrio. Tuttavia esso ci obbliga a effettuare un sostanziale cambiamento di quella che è la nostra immagine della realtà causale: la causazione non procederebbe soltanto dal passato al futuro, ma anche dal futuro al passato.

E' singolare come un modello retrocausativo alla Price, che cerchi di salvaguardare in qualche modo il modello reichenbachiano di causa comune[61], vada in secondo luogo a contraddire uno degli assunti fondamentali del pensiero di Reichenbach sulla causalità, secondo cui sarebbe la successione causale a determinare quella temporale[62].

---

[60] "La misurazione non perturba l'osservabile misurata" - ossia, l'osservabile, ha all'incirca lo stesso valore un istante prima che la misurazione venga effettuata. Questo è, più o meno, quanto dice Putnam in un suo articolo pubblicato per la prima volta nel 1965 e intitolato *A Philosopher Looks at Quantum Mechanics*. Per maggiori dettagli si veda: H. Putnam, "A Philosopher looks at Quantum Mechanics", in R.G. Colodny, *Beyond the Edge of Certainty: Essays in Contemporary Science and Philosophy*, pp. 75-101, Englewood Cliffs, 1965.

[61] Si sacrifica l'*Hidden Autonomy* ma non la *Completeness*.

[62] H. Reichenbach, *Filosofia dello spazio e del tempo*, tr. it., Milano, Feltrinelli Editore, 1977 [1958].

## 4.4 Breve cenno ai modelli olistici

La condizione di Separabilità, presente anche nella versione originale nell'argomento di EPR, sostiene che ogni particella in ciascun lato del setting sperimentale costituisce un sistema individuale fisicamente distinto. La Separabilità è una condizione indispensabile per la derivazione del teorema di Bell. Pertanto, una maniera diretta per evitare una derivazione della diseguaglianza di Bell consiste nel violare la condizione di Separabilità. Questa condizione infatti appare essere alquanto controversa e non completamente giustificata: il formalismo della Meccanica Quantistica non ci permette di derivare lo stato fisico $\Psi_s$ per ciascuna particella presa singolarmente e questo fatto è spesso interpretato come *olismo*.

Sotto questo punto di vista, alcuni modelli non-separabili possono rappresentare un'interessante alternativa alle consuete spiegazioni causali dateci per le correlazioni EPR. Richard Healey, nel suo *Chasing Quantum Causes: How Wild is the Goose?*[63]ha fornito un modello di spiegazione olistica per le correlazioni quantistiche.

Healey propone una dettagliata formulazione sia di *olismo* che di *non-Separabilità*. Queste due nozioni sembrano essere differenti, ma tuttavia relate tra loro.

L'olismo è spesso caratterizzato come il punto di vista secondo cui l'intero è più della somma delle sue parti. Pensiamo per esempio da un modellino di aeroplano che non è esattamente la mera somma delle sue parti, anche se queste parti certamente lo compongono. Se il costruttore, infatti, avesse lasciato il suo *kit* chiuso invece di costruire il modello, la mera somma della parti dell'aeroplano sarebbe comunque esistita senza tuttavia comporre il modellino.

Tuttavia, questo non è ancora sufficiente per poter parlare di olismo. Si parla di olismo quando l'intero non è neppure riconducibile alle proprietà e alle relazioni delle parti che lo compongono. Così, anche se molti interi esibiscono caratteristiche che sembrano qualitativamente distinte da quelle delle parti componenti, in modo da far pensare che non siano semplicemente la somma di quest'ultime, non si può ancora dire che siamo in presenza di olismo. L'olismo ci dice che l'intero ha caratteristiche che non possono essere ridotte alle relazioni e alle proprietà che ineriscono le parti che lo compongono.

Una nozione esattamente opposta a quella di olismo è quella di *sopravvenienza*. Healey in particolare considera la nozione di sopravv-

[63]R. Healey, "Chasing Quantum Causes: How Wild is the Goose?", *Philosophical Topics*, 20 (1992), pp. 181-204.

venienza humeana, così come essa è ripresa da David Lewis. Vediamo cosa dice Lewis al riguardo:

> All there is to the world is a vast mosaic of local matters of particular fact [...]. We have geometry: a system of external relations of spaziotemporal distance between points. Maybe points of spacetime itself [...]. And at those points we have local qualities: perfectly natural intrinsic properties which need nothing bigger than a point at which to be instantiated. For short: we have an arrangement of qualities. And that is all. There is non difference without difference in the arrangement of qualities. All else supervenes on that.[64]

Secondo quest'assunto tutto ciò che è puro fenomeno fisico sopravviene perfettamente alle naturali, intrinseche e fisiche proprietà che non hanno bisogno per agire di niente di più grande rispetto al punto in cui queste proprietà sono situate.

Ora Healey nota che con questa nozione di sopravvenienza si giunge naturalmente alla nozione fisica di separabilità, per cui un processo fisico sarebbe spazio-temporalmente separabile in $R$ (dove $R$ è una regione spazio-temporale) se e solo se esso sopravviene unicamente all'assegnazione di qualitative, intrinseche e fisiche proprietà ai punti spazio-temporali di $R$. Un principio fisico che viola in qualche regione il principio della separabilità spazio-temporale può essere detto non-separabile. Se è mantenuta la separabilità, allora ogni processo fisico è determinato da ciò che accade localmente ed è naturale pensare che la maggior parte, anche se non tutti, degli ordinari processi fisici siano spazio-temporalmente separabili.

Abbiamo così introdotto un nesso tra il concetto di *sopravvenienza* e il concetto di *Separabilità*.

L'olismo e la non-separabilità sono apparentemente due nozioni distinte. L'olismo ha a che fare con l'irriducibilità di certe proprietà dell'intero, mentre la non-separabilità è compresa in termini spazio-temporali. Perché allora i filosofi hanno spesso confuso queste due nozioni? Questo è accaduto perché, in realtà, ci sono delle interessanti connessioni tra questi due concetti e lo si vede facilmente guardando le due seguenti definizioni:

*Olismo spaziale puro*: esiste qualche insieme di oggetti fisici composti appartenenti al dominio D, soggetti solo ai processi di tipo P, di cui non tutte le qualitative, intrinseche proprietà e relazioni sono so-

[64] D. Lewis, *Philosophical Papers*, Volume II, New York, Oxford University Press, 1986, p. x.

pravvenienti alle qualitative, intrinseche proprietà e relazioni spaziali delle parti fisiche basilari che compongono questi oggetti.

Ora con questa definizione, abbiamo introdotto qualche relazione spazio-temporale e abbiamo dunque creato un collegamento tra la tesi dell'olismo e la non-Separabilità, che come visto si serve di nozioni spazio-temporali.

Questo collegamento può essere maggiormente rafforzato dall'introduzione della seguente definizione di separabilità spaziale, che prevede anche la nozione di relazione:

*Separabilità spaziale*: le qualitative, intrinseche e fisiche proprietà di un sistema composto sono sopravvenienti all'assegnazione di qualitative, intrinseche e fisiche proprietà dei sistemi spazialmente separati che lo compongono e alle relazioni spaziali tra queste componenti.

Healey sostiene che la Teoria dei Quanti fornisca un ottimo esempio sia di olismo che di non-separabilità. Ne segue, tuttavia, che se vogliamo mostrare questo è necessario prima decidere quali sono le qualitative, intrinseche e fisiche proprietà e relazioni dei sistemi quantistici.

Forse il vettore di stato di un sistema può essere incluso tra le sue qualitative, intrinseche e fisiche proprietà. Tuttavia, la Meccanica Quantistica può anche avere proprietà intrinseche che essa non descrive affatto, corrispondenti alle cosiddette variabili nascoste. Se la Teoria dei Quanti mostri o no olismo e non-separabilità dipende dalla caratterizzazione della proprietà e relazioni intrinseche ai sistemi quantici (ad esempio dal fatto che ci siano variabili nascoste, oppure che queste variabili non ci siano) e quindi dall'interpretazione che diamo alla Teoria. Healey decide di basarsi sull'interpretazione di Copenaghen, che vieta l'introduzione di variabili nascoste, per poi analizzare la classe di sistemi quantistici composti, che non sono altro che le nostre *coppie di singoletto di spin.*

Come già sappiamo, in una coppia di singoletto di spin i due sistemi quantistici $A$ e $B$ costituiscono un sistema quantistico composto $AB$ avente certe proprietà fisiche precise. Ogni elemento $A$, $B$ del sistema composto $AB$ è una parte basilare di $AB$. Una proprietà di $AB$ è quella di avere la componente totale di spin pari a 0. Ma oltre a questa proprietà, il sistema composto ne possiede altre; la sua carica elettrica, ad esempio, è la somma delle cariche di $A$ e $B$. La prima di queste due proprietà deriva dal fatto che $AB$ è descritto da un vettore di stato che specifica un insieme caratteristico di correlazioni di probabilità per congiunte misurazioni di componenti di spin (su $A$ e su $B$). Come già detto, se è misurata simultaneamente su $A$ e su

$B$ la componente di spin lungo una qualsiasi direzione (ad esempio $z$), la probabilità che ciascuna misurazione dia lo stesso risultato (ad esempio, $+1$) è pari a 0, mentre la probabilità che dia esiti opposti è pari a 1.

Ora l'argomento di Healey consiste nel dire che né $A$ né $B$ posseggono la proprietà stato *entangled*. Si potrebbe, pertanto dire che $AB$ ha una proprietà che né $A$ né $B$ posseggono, con conseguente accettazione dell'olismo.

Tuttavia dobbiamo tenere in considerazione anche il fatto che la proprietà *stato entagled* possa derivare da una relazione spaziale tra $A$ e $B$ e che se così fosse dovremmo rigettare l'ipotesi di olismo. Possiamo ricondurre la proprietà *stato entagled* posseduta da $AB$, ad una relazione spaziale tra le parti $A$ e $B$? Tra $A$ e $B$ esiste certamente una relazione $S$ e questa consiste nell'*avere opposti valori di spin*. Può essere $S$ una relazione spaziale? Healey si appella alla classificazione delle relazioni che Lewis fa nel suo *On the Plurality of Worlds*[65].

Lewis divide le proprietà in proprietà intrinseche e proprietà estrinseche. Basandosi sul fatto che le cose abbiano quelle proprietà per se stesse, o in virtù delle loro relazioni o mancanza di relazioni con le altre cose. Un'analoga divisione dovrebbe considerare tutte le relazioni spaziali come relazioni intrinseche. Infatti $A$ e $B$ hanno tra loro una relazione spaziale in virtù del modo in cui essi sono relati l'uno con l'altro. Ora può essere $S$ una relazione spaziale? $S$ non può essere considerata una relazione intrinseca, e quindi spaziale, in quanto essa non origina unicamente dal legame tra $A$ e $B$, ma ha origine dal fatto che $A$ e $B$ sono relati ad $AB$. Ergo deve valere in Meccanica Quantistica l'ipotesi di olismo.

Si precisa, tuttavia, che la soluzione 'olistica' più che rappresentare una possibile spiegazione causale alle correlazioni EPR, essa rappresenta un'opzione alternativa alla spiegazione causale stessa.

[65]D.K. Lewis, *On the Plurality of the Worlds*, Basil Blackwell, Oxford, 1986.

# Capitolo 5

# La non universalità della condizione di *screening-off*

La maggior parte dei controesempi al modello reichenbachiano di *common cause* presenti nella letteratura sono volti ad attaccare la condizione di *screening-off*, ossia il cuore del modello di Reichenbach.

Se rimane, quindi, sempre lecito continuare ad assumere l'esistenza di una causa comune ogni qual volta si verificano improbabili coincidenze, e dunque continuare a sostenere il Principio di Causa Comune, non è altrettanto lecito appoggiare senza riserve questo principio così come esso è stato caratterizzato da Reichenbach.

È possibile, infatti, ammettere forcelle come $ABC$[1] che soddisfano la condizione reichenbachiana di *screening-off* ma all'interno delle quali l'evento $C$ non funge da causa comune. Non è detto, insomma, che l'evento $C$, che ha il ruolo di schermare $A$ da $B$, sia una *common cause* di questi. Allo stesso modo è ammesso anche il converso: é possibile che un evento $C$ sia causa comune degli eventi $A$ e $B$, ma che, nonostante questo, esso non soddisfi la *screening-off condition*.

[1] Si veda la figura (3.1) del presente lavoro.

## 5.1 La validità della condizione di *screening-off* implica sempre che un'evento sia causa comune di altri due?

Supponiamo di osservare la correlazione *Corr(A,B)* e di essere sicuri che $A$ non causi direttamente $B$ e viceversa. Inoltre osserviamo un evento $C$ che adombra $A$ da $B$. La questione che dovremmo porci ora è la seguente: è $C$ una causa comune di $A$ e $B$? La risposta non è necessariamente positiva. É infatti possibile trovare casi in cui l'evento $C$, che funge da *screener-off*, non è una causa comune dei due correlati eventi $A$ e $B$. Un esempio molto semplice è il caso in cui $C$ è effetto comune di $A$ e $B$, come nella figura qui di seguito riportata:

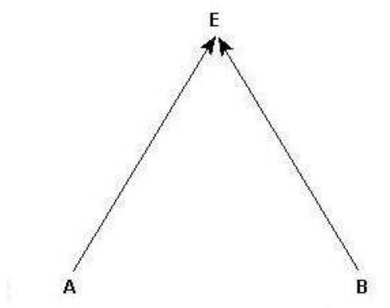


Figura 5.1a: L'effetto comune $E$ adombra $A$ da $B$

Reichenbach era pienamente consapevole del fatto che effetti comuni adombrassero le loro correlate cause. Tuttavia, secondo Reichenbach questi casi non rappresentano *conjunctive forks*. Le forcelle congiuntive sono sempre aperte verso il futuro e mai verso il passato. Quindi, per casi in cui l'effetto comune adombra statisticamente le sue cause, la sufficienza della condizione di *screening-off* può essere "salvata" dall'aggiunta di un ulteriore requisito: l'evento che funge da *screener-off* deve precedere i suoi effetti. Nel nostro esempio, l'effetto comune adombra $A$ da $B$ ma non soddisfa il requisito aggiuntivo appena descritto[2].

Ad ogni modo, è difficile ripristinare la sufficienza delle condizione di *screening-off* in situazioni analoghe a quella che ci viene proposta da Wesley Salmon e che è stato originariamente formulato da Ellis Crasnow:

[2]Per una descrizione più approfondita di quanto appena trattato si veda W. Salmon (1984), p. 163-168.

> Consider a man who usually arrives at his office about 9:00 A.M., makes a cup of coffee, and settles down to read the morning paper. On some occasions, however, he arrives promptly at 8:00 A.M., and on these very same mornings his secretary has arrived somewhat earlier and prepared a fresh pot of coffee. Moreover, on just these mornings he is met at his office by one of his associates who normally works at different location. Now, if we consider the fact that the coffee is already made when he arrives ($A$) and the fact that his associate shows up on that morning ($B$) as the coincidence to be explained, then it might be noted that on such mornings he always catches the 7:00 A.M. bus ($C$), while on other mornings he usually takes the 8:00 A.M. bus ($\bar{C}$). In this example, it is plausible enough to suppose that $A$, $B$, and $C$ form a conjunctive fork [...][3], but obviously $C$ cannot be considered a cause either of $A$ or $B$. The actual common cause is an entirely different event $C'$, namely, a telephone appointment made the day before by his secretary. $C'$ is, in fact, the common cause of $A$, $B$, and $C$.[4]

Se indichiamo la causa comune 'prendere un appuntamento telefonico' con $C$, se indichiamo i due effetti 'la tazza di caffè è già pronta' e 'incontro con un collega' rispettivamente con $A$ e $B$, se consideriamo l'evento 'prendere l'autobus alle 7 del mattino' come un effetto della causa comune $C$ e lo indichiamo con $D$, allora quanto appena riportato può essere rappresentato come segue:

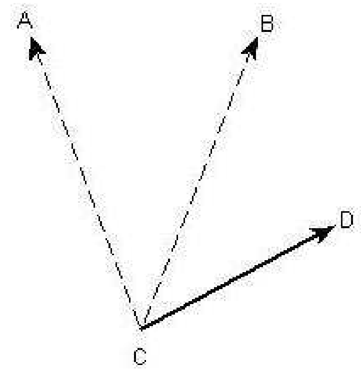


Figura 5.1b: Rappresentazione grafica dell'esempio di Ellis Crasnow

[3]Soddisfacente la condizione di adombramento.

[4]W.C. Salmon, *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Priceton, Princeton University Press, 1984, p. 168.

In tali casi, se l'evento $D$ è un effetto deterministico di $C$, esso adombra $A$ da $B$, anche se non è causalmente relato a questi[5].

L'esito di questa discussione è che la condizione di *screening-off* non può essere considerata come una condizione sufficiente per le cause comuni, poiché appare sempre possibile trovare eventi che pur non essendo cause comuni adombrano certe correlazioni. Naturalmente questo non inficia il fatto che esistano cause comuni per certe correlazioni; semplicemente si suggerisce che il criterio reichenbachiano per descrivere le *common causes* non è un criterio totalmente adeguato.

## 5.2 Se un evento è causa comune di altri due è sempre valida la condizione di *screening-off*?

Poniamoci ora un'altra importante questione: è possibile dire che un evento  non è una causa comune di $A$ e $B$ per il semplice fatto che esso non adombra *Corr(A,B)*? Questo, in un certo modo, equivale a chiedersi se la condizione di *screening-off* sia o no una condizione necessaria per ogni causa comune.

Le risposte a questo quesito sono piuttosto controverse e alcuni esempi mostrano l'esistenza di cause comuni che violano la condizione di *screening-off*.

A mio avviso, gli argomenti più interessanti contro la condizione di *screening-off* come condizione necessaria per le cause comuni sono quelli che implicano cause genuinamente probabilistiche[6].

Uno di tali esempi è quello proposto da Nancy Cartwright, conosciuto come l'esempio della fabbrica *Cheap-But-Dirty/Clean-And-Green*[7].

Iniziamo col dire che l'esempio proposto da Cartwright assume che siano rappresentati tutti i possibili nessi causali, cioè si assume

[5]G. Hofer-Szabó, "The Reichenbachian Common Cause", CEU Summer School in *Probabilistic Causality* (non pubblicato). Si veda anche I. San Pedro García (2008), p. 37.

[6]Come già osservato nel presente lavoro, gli eventi quantistici in questione nelle correlazioni EPR possono essere considerati come effetti di cause genuinamente probabilistiche.

[7]N. Cartwright, "Marks and Probabilities: Two Ways to Find Causal Structure", in F. Stadler (cur.), *Scientific Philosophy: Origins and Developments*, Netherlands, Kluwer Academic Publishers, pp. 113-119.

che il sistema descritto sia causalmente completo e che le cause siano, pertanto, genuinamente probabilistiche.

Ma vediamo nel dettaglio l'esempio della fabbrica, usando le parole della stessa Cartwright:

> Two factories compete to produce a certain chemical, which is consumed immediately in a nearby sewage plant. The city is doing a study to decide which to use. On Mondays, Wednesdays and Fridays chemicals are bought from factory Clean/Green. On Tuesdays, Thursdays and Saturdays, from Cheap-but-Dirty. Cheap-but-Dirty employs a genuinely probabilistic process to produce the chemical: the probability of actually getting it on any day the factory operates is only about 80%. So one some days the sewage does not get treated, but the method is so cheap the city is prepared to put up with that. What they object to are the terrible pollutants that are emitted as by-product.
>
> That's what's really going on. But Cheap-but-Dirty will not admit to it. They suggest that it must be the use of the chemical in the sewage plant itself that produce the pollution.[8]

In parole più semplici nell'esempio sopra mostrato si suppone che un'industria chimica (la fabbrica *Cheap-but-Dirty*) produca una sostanza chimica $X$ attraverso un processo genuinamente probabilistico. In un siffatto processo la probabilità di produrre $X$ è dell'80%. Si suppone, inoltre, che ogni volta che $X$ è prodotto, è prodotta anche un'altra sostanza chimica e inquinante $Y$. La probabilità, pertanto, che $Y$ venga prodotta è ugualmente dell'80%. Il processo di produzione dell'industria chimica crea, quindi, una correlazione tra la produzione di $X$ con la produzione della sostanza inquinante $Y$. Questo processo di produzione sembra allora essere la causa comune $C$ sia della sostanza chimica $X$ che della sostanza inquinante $Y$. Tuttavia, come si può facilmente leggere dalla citazione sopra riportata, i dirigenti della fabbrica in questione non ammettono una tale responsabilità e difendono la loro innocenza.

Su cosa si basa la difesa della fabbrica *Cheap-but-Dirty*?

I dirigenti della fabbrica suggeriscono che sarebbe la stessa dispersione di sostanze chimiche nell'ambiente a causare l'inquinamento e, per mostrare questo fatto, utilizzano la condizione di *screening-off* come criterio necessario per caratterizzare le cause comuni. Citando il lavoro di Cartwright si potrebbe dire che:

---

[8] *Ivi*, p. 115.

> If there *were* a common cause ($C$), producing both the chemical ($X$) and the pollutant ($Y$) then conditioning on information about which factory was employed [...] should screen off the chemical from the pollutant. We should expect then
>
> $$P(X/C.Y) = P(X/C).$$
>
> But it does not.[9]

Dovremmo aspettarci insomma:

$$P(X \wedge Y/C) = P(X/C) \cdot P(Y/C)$$

Ma questo non accade.

Tuttavia, nel suo lavoro la Cartwright sostiene che questo non accade per alcune ragioni precise: il processo della fabbrica *Cheap-but-Dirty* è un processo probabilistico. Cosa vuol dire qui "probabilistico"? Usiamo ancora una volta le parole della Cartwright:

> For a deterministic case, the occurrence of the cause is coextensive with its operation to produce its effect. So a very important question concerning the total set of causes and effects is concealed. That is the question of what the relationships are amongst the operations to produce the different effects. In determinism we have a case of complete overlap. Whenever the cause is present, it operates to produce each of its effects. the operations are totally co-extensive. But when we have truly probabilistic causes, the possibilities are far richer. Any degree of overlap is possible.[10]

Ora per casi genuinamente probabilistici la Cartwright può concludere:

> Lesson: where causes act probabilistically, screening off is not valid.[11]

Così nel caso della fabbrica *Cheap-but-Dirty*, la supposta causa comune $C$ agisce solo nell'80% dei casi e pertanto non dovrebbe valere

---

[9] *Ibidem*.
[10] *Ivi*, pp. 115-116.
[11] N. Cartwright, *The Dappled world: A Study of the Boundaries of Science*, Cambridge, Cambridge University Press, 1999, p. 109.

la condizione reichenbachiana di *screening-off*. Appare, infatti, chiaro che poiché:

$$P(X/C) = P(Y/C) = 0.8$$

$$P(C) = 1$$

$$P(X \wedge Y/C) = 0.8$$

Allora

$$P(X \wedge Y/C) \neq P(X/C) \cdot P(Y/C)$$

Possiamo pertanto dire che sebbene $C$ sia causa comune ad $X$ e $Y$, questa non adombra la correlazione tra $X$ e $Y$.

Da questo è possibile concludere che:

> What is commonly called Reichenbach's "Principle of the Common Cause" is not a general criterion for a common cause, as many philosophers nowadays suppose. [12]

E ancora:

> [...] Methods for causal inferences that rely on screening off must be applied with judgement and cannot be relied on universally.[13]

Con questo siamo giunti alla conclusione che la prima condizione espressa dalle forcelle congiuntive di Reichenbach, ossia la condizione di *screening-off*, non solo non è condizione sufficiente per le cause comuni, ma non è neppure condizione necessaria.

---

[12] N. Cartwright, "Marks and Probabilities: Two Ways to Find Causal Structure", in F. Stadler (cur.), *Scientific Philosophy: Origins and Developments*, Netherlands, Kluwer Academic Publishers, p. 113.

[13] N. Cartwright, *The Dappled world: A Study of the Boundaries of Science*, Cambridge, Cambridge University Press, 1999, p. 109.

### 5.2.1 Le *interactive forks* di Salmon

Wesley Salmon introdusse nel 1984, nel suo *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, un nuovo modello di causa comune, noto come modello di *interactive forks*. Si tratta, per la precisione, di un modello secondo cui la causa comune di due eventi non adombrerebbe statisticamente questi ultimi l'uno dall'altro, a differenza di quanto prevede il modello di forcella congiuntiva proposto da Hans Reichenbach. È violata, insomma, la prima condizione delle *conjunctive forks*.

Vediamo come Salmon presenta questo nuovo modello di causa comune:

> There is another, basically different, sort of common cause situation that cannot appropriately be characterized in terms of conjunctive forks. Consider a simple example. Two pools balls, the cue ball and the 8-ball, lie upon a pool table. A relative novice attempts a shot that is intended to put the 8-ball into one of the far corner pockets, but given the positions of the balls, if the 8-ball into one corner pocket, the cue ball is almost certain to go into the other far corner pocket, resulting in a "scratch". Let A stand for the 8-ball dropping into the one corner pocket, let B stand for the cue ball dropping into the other corner pocket, and let C stand for the collision between the cue ball and the 8-ball that occurs when the player executes the shot. We may reasonably assume that the probability of the 8-ball going into the pocket is also about 1/2 if the player tries the shot, and the probability of the cue ball going into the pocket is also about 1/2. It is immediately evident that A, B, and C do not constitute a conjunctive fork, for C does not screen off A and B from one another. Given that the shot is attempted, the probability that the cue ball will fall into the pocket (approximately 1/2) is not equal to the probability that the cue ball will go into the pocket, given that the shot has been attempted and that the 8-ball has dropped into the other far corner pocket (approximately 1).[14]

Quando due processi si intersecano e subiscono modificazioni correlate che persistono dopo le intersezioni, diciamo che l'intersezione costituisce un'interazione causale. Le forcelle interattive sono consi-

[14] W.C. Salmon, *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press, 1984, pp. 168-169.

derate in termini di intersezioni spazio-temporali di processi in cui è violata la seguente uguaglianza:[15]

$$P(AB/C) = P(A/C) \cdot P(B/C)$$

Che è sostituita dalla seguente diseguaglianza:

$$P(AB/C) > P(A/C) \cdot P(B/C) \tag{5.1}$$

Infatti, seguendo quanto detto dallo stesso Salmon nel passo sopra riportato, dovremmo avere:

$$P(B/C) \neq P(B/A \cdot C)$$

E anche:

$$P(A/C) \neq P(A/B \cdot C)$$

Da cui deriva:

$$P(AB/C) \neq P(A/C) \cdot P(B/C)$$

Vediamo qua sotto uno schema del modello di *interactive forks*:

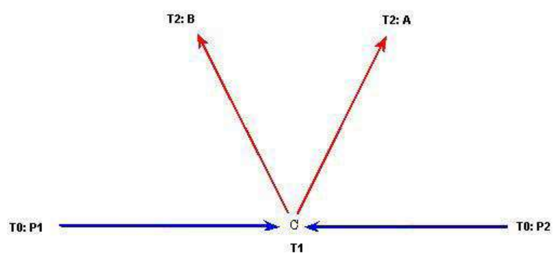


Figura 5.2: La forcella interattiva di Salmon

In questa immagine *P1* e *P2* rappresentano due distinti processi che intersecano in $C$ (la causa comune). L'intersezione in $C$ produce $B$ da *P1* e $A$ da *P2*.

[15]Che altro non sarebbe che la prima condizione del modello di causa comune di Reichenbach.

Come si può intuire il concetto di "marchio" continua ad essere fondamentale anche per il pensiero di Salmon[16], che parla appunto di "modificazioni" che persistono dopo le intersezioni:

> The best way to look at interactive forks, I believe, is in terms of spatiotemporal intersection of processes. In some cases, two processes may intersect without producing any lasting modification in either. This will happen, for example, when both processes are pseudo-processes [...]. In the case of the two pool balls, however, the intersection of their paths results in a change of the motion of each that would not have occurred if they had not collided. Energy and momentum are transferred from one to the other; their respective states of motion are altered. Such modifications occur, I shall maintain, only when (at least) two causal processes intersect.[17]

Pertanto, la trasmissione di un marchio, sia in forma di momento sia in forma di energia, mantiene la sua fondamentale importanza nel modello statistico di *interactive forks* di Salmon. Infatti, un siffatto modello di causa comune concilia brillantemente l'impostazione statistica sugli studi riguardanti la causalità con l'impostazione di stampo meccanicistico.

Non a caso, da un'analisi più approfondita del testo di Salmon, appare evidente che ciò che differenzia il modello di *interactive forks* dal modello reichenbachiano di *conjunctive forks*, non sarebbe l'assenza di *screening-off* nel primo di questi modelli, quanto piuttosto una diversità del modo in cui il marchio stesso viene trasmesso. Come mostrato dalla figura sottostante, nel caso delle forcelle congiuntive non si riscontra alcuna intersezione tra processi:

[16]Ricordiamo che la nozione di "marchio" è stata introdotta da Hans Reichenbach.

[17]W.C. Salmon, *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press, 1984, p. 169.

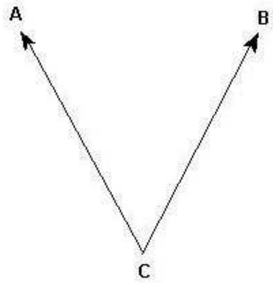


Figura 3.1: La forcella congiuntiva di Reichenbach

I due processi $A$ e $B$ hanno la loro causa comune in $C$, ma non si incontrano in $C$. Più specificatamente ciascuno dei due processi interagisce con $C$, ma non interagisce *direttamente* con l'altro.

Proprio quest'ultima è la differenza principale tra le *interactive forks* e le *conjunctive forks*.

L'ipotesi secondo cui non sarebbe la mancanza di adombramento a differenziare le forcelle interattive da quelle congiuntive è, inoltre, confermata dal fatto che in casi in cui la causa comune agisce deterministicamente, e quindi sono valide le seguenti espressioni:

$$P(A/C) \approx 1$$

$$P(B/C) \approx 1$$

sarebbe valida la condizione di *screning-off* anche per le *interactive forks*. La condizione di adombramento si presenterebbe pertanto come caso limite per le forcelle interattive.

Il caso speciale sopra mostrato è definito da Salmon con il nome di *perfect forks*[18].

Inoltre è bene precisare che, secondo Salmon, la condizione di adombramento costituisce un caso limite, in contesti deterministici, anche per il modello reichenbachiano di causa comune. Vediamo cosa dice il filosofo al riguardo:

[18]W.C. Salmon, *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press, 1984, p. 178.

> [...] The relation
>
> $$P(A.B/C) = P(A/C) \times P(B/C) = 1$$
>
> may represent a limiting case of *either*[19] a conjunctive or an interactive forks, [...].[20]

Tutto questo può essere meglio schematizzato come segue:

$$IF \wedge \neg DCC \rightarrow \neg SO \tag{5.2}$$

$$CF \wedge \neg DCC \rightarrow \neg SO \tag{5.3}$$

$$IF \wedge DCC \rightarrow SO \tag{5.4}$$

$$CF \wedge DCC \rightarrow SO \tag{5.5}$$

Dove *IF* e *CF* stanno rispettivamente per *interactive forks* e *conjunctive forks*, *DCC* sta per *deterministic common cause* e *SO* sta per *screening-off*.

Ora, la questione principale concerne il fatto che quando la causa comune agisce in senso deterministico è impossibile distinguere il caso di forcella interattiva da quello di forcella congiuntiva, solo sulla base delle indipendenze statistiche constatate.

Vediamo al riguardo cosa dice Salmon:

> The main point to be made concerning perfect forks is that when the probabilities take on the limiting values, it is impossible to tell from the statistical relationships alone whether the fork should be considered interactive or conjunctive.[21]

[19] Il corsivo è mio.
[20] *Ivi*, p. 177.
[21] *Ivi*, p. 178.

Qual è, pertanto, il giusto criterio per distinguere tra *interactive forks* e *conjunctive forks*? Certamente un criterio di modalità di propagazione del marchio: ciò che differenzia realmente il modello salmoniano da quello reichenbachiano non sono le relazioni statistiche che li caratterizzano, ma piuttosto un requisito fisico preciso.

Vediamo quanto detto al riguardo da Nancy Cartwright:

> It is *only* when conditions permit the application of the mark method that probabilities can teach us about causes.[22]

"Il metodo del marchio" avrebbe, pertanto, la priorità sul metodo della "rilevanza statistica" nell'identificare eventi come cause comuni di coppie di altri eventi. Pertanto, sarebbe sempre il metodo del marchio causale a permettere una chiara distinzione tra le *conjunctive forks* e le *interactive forks*, e non la validità di certe condizioni statistiche piuttosto che altre.

Sarà proprio sull'idea delle *perfect forks* come caso limite che Nancy Cartwright svilupperà il suo modello di *general forks* come generalizzazione del criterio di *conjunctive forks.*

### 5.2.2 Le *general forks* di Cartwright

Nel suo *How to Tell a Common Cause: Generalization of the Conjunctive Forks Criterion* Nancy Cartwright, nel 1987, introduce un nuovo modello di causa comune, definito come *general forks.* Il modello in questione è una generalizzazione del modello reichenbachiano di *conjunctive forks.*

Come già osservato, il lavoro di Cartwright prende avvio da alcune considerazioni apparse precedentemente nel lavoro di Salmon del 1984, secondo cui la condizione di *screening-off* sarebbe una condizione limite sia per le *conjunctive forks* di Reichenbach sia per le *interactive forks*, valida precisamente solo in contesti di causazione deterministica.

Il modello di *general forks* consiste, infatti, in un "indebolimento" del modello di causa comune di Reichenbach.

Vediamo al riguardo le stesse parole della Cartwright:

[22] N. Cartwright, "Marks and Probabilities: Two Ways to Find Causal Structure", in F. Stadler (cur.), *Scientific Philosophy: Origins and Developments*, p. 118.

> Although I am going to defend the principle of the common cause, I am not going to defend conjunctive forks [...]. The statistical conditions that characterize the conjunctive fork are just a special case: they are the statistical conditions that are appropriate for marking out a common cause under *special assumptions* [...].[23]

Quali sono queste assunzioni speciali di cui si parla nel passo sopraccitato?

Come abbiamo già potuto vedere nel precedente capitolo, la Cartwright si riferisce ai casi in cui la causa comune agisce indeterministicamente e per raggiungere il suo scopo si serve del noto esempio dell'atomo bombardato, proposto nel 1982 da Bas van Fraassen[24].

Nell'esempio in questione una particella collide con un atomo, che a sua volta emette due nuove particelle. L'angolo con cui la particella 1 può essere emessa può assumere due valori, $\theta$ o $\theta$', con probabilità pari ad 1/2. L'angolo con cui la particella 2 può essere emessa può assumere anch'esso due valori, $-\theta$ o $-\theta$', ancora con probabilità pari ad 1/2. Tuttavia il momento viene conservato. Così la particella 1 è emessa con angolo $\theta$ se e solo se la particella 2 segue la traiettoria tracciata dall'angolo $-\theta$ e viceversa. Più precisamente:

$$P(part1_{\theta}/part2_{-\theta}) = part2_{-\theta}/part1_{\theta}) = 1$$

$$P(part1_{\theta'}/part2_{-\theta'}) = part2_{-\theta'}/part1_{\theta'}) = 1$$

In situazioni del genere sembra naturale supporre la presenza di una causa comune $\lambda$, da cui deriverebbero le correlazioni mostrate dalle due particelle. Se tale causa comune è presente, le particelle 1 e 2 sono emesse rispettivamente con angolazione $\theta$ e $-\theta$ rispettivamente. Diversamente le particelle sono emesse con angolazione $\theta$' e $-\theta$'. Si arriva, infine, a sostenere che se $\lambda$ agisce deterministicamente è soddisfatta la condizione di *screening-off*, se, al contrario, $\lambda$ agisce indeterministicamente questo non avviene.

Consideriamo dapprima il caso deterministico. In una tale situazione sono valide le seguenti dipendenze statistiche:

[23] N. Cartwright, "How to Tell a Common Cause: Generalization of the Conjunctive Forks Criterion", in J.H. Fetzer (cur.), *Probability and Causality*, Reidel, 1987, p. 182. Il corsivo è mio.

[24] B. van Fraassen, "Rational Belief and the Common Cause Principle", in R. McLaughlin (cur.), *What? Where? When? Why? Essays in Honor of Wesley Salmon*, Reidel,1982, pp. 193-209.

$$P(part1_\theta/\lambda) = 1 = P(part2_{-\theta}/\lambda).$$

Ora, se $\lambda$ è totalmente deterministica, come nel caso appena mostrato, vale la condizione di *screening-off*, infatti:

$$P(part1_\theta \wedge part2_{-\theta}/\lambda) = P(part1_\theta/\lambda) \cdot P(part2_{-\theta}/\lambda)$$

Consideriamo ora il caso indeterministico. In tale situazione sono valide le seguenti dipendenze statistiche:

$$P(part1_\theta/\lambda) = r = P(part2_{-\theta}/\lambda).$$

In un siffatto caso indeterministico non è banalmente valida la condizione statistica di adombramento:

$$P(part1_\theta \wedge part2_{-\theta}/\lambda) \neq P(part1_\theta/\lambda) \cdot P(part2_{-\theta}/\lambda)$$

Chiaramente in contesti, in cui la causa comune agisce in senso totalmente non deterministico, il criterio di *conjunctive forks*, come esso è stato formulato da Reichenbach, non è adeguato.

Quest'esempio mostra chiaramente la necessità di "indebolire" il modello reichenbachiano di causa comune:

> Reichenbach hypothesized that correlated events must share a common cause if neither is a direct cause of the other. Effect produced in tandem do not show that this principle is false, but rather that its statistical formulation requires some care.[25]

Insomma, sarebbe sicuramente vera qualche versione del Principio di Causa Comune di Reichenbach, ma si tratterebbe di una versione che prevede la validità della condizione di *screening-off* solo in contesti deterministici, ossia in contesti in cui ogni volta che la causa è presente essa opera per produrre il suo effetti. In contesti di causazione non deterministica la condizione di adombramento fallisce.

Pertanto, la condizione di *screening-off* risulta essere, come già aveva osservato Salmon, un caso limite per le *conjunctive forks*.

Postulare una causa comune genuinamente probabilistica, come nell'esempio sopra descritto, conduce inevitabilmente ad una violazione della condizione di *screening-off*. Tuttavia, Nancy Cartwright

[25] N. Cartwright, "How to Tell a Common Cause: Generalization of the Conjunctive Forks Criterion", in J.H. Fetzer (cur.), *Probability and Causality*, Reidel, p. 188.

focalizza la sua attenzione, non solo sul carattere indeterministico della *common cause*, ma anche sul fatto fondamentale secondo cui sarebbe prevista la conservazione del Momento:

> Momentum is to be conserved, so the cause produces its effect in pairs.[...] Clearly the conjunctive forks criterion is not appropriate here. That is because it is a criterion tailored to cases where the cause operates independently in producing each of its effects [...].[26]

Pertanto, le *special assumptions* sopra citate si riferiscono, non solo al fatto secondo cui la causa comune agirebbe indeterministicamente, ma anche al fatto secondo cui sarebbe valida qualche legge fisica di conservazione, in modo tale che la causa non opererebbe indipendentemente nel produrre ciascuno dei suoi effetti.

Si nota facilmente quanto l'esempio invocato dalla Cartwright sia effettivamente simile alla situazione illustrata nell'esperimento di EPR/Bohm, in cui abbiamo due eventi che occorrono *in tandem* e che, allo stesso tempo, non sembrano essere prodotti in maniera indipendente. Inoltre, in accordo con l'interpretazione ortodossa della Teoria Quantistica, le supposte cause comuni nell'esperimento di EPR/Bohm, sarebbero cause genuinamente stocastiche. Approfondiremo meglio questo punto nell'ultima sezione del presente capitolo.

Cosa differenzia maggiormente il modello di *general forks* di Cartwright dal modello di interactive forks di Salmon, che presenta anch'esso una violazione della condizione reichenbachiana di *screening-off*?

Come osservato nelle sezioni precedenti, già Wesley Salmon aveva proposto la condizione di *screening-off* come caso limite, relegabile unicamente ai contesti deterministici anche per quanto riguarda il modello di forcella congiuntiva di Reichenbach. Pertanto non sarebbe la condizione di adombramento a fungere da principale ragione di differenziazione tra i tre modelli di causa comune.

Abbiamo potuto osservare come il modello di Salmon, diversamente dal modello di Cartwright, si riferisca ad interazioni spaziotemporali tra processi. Inoltre, come sopra mostrato, il modello di *general forks* si propone come particolarmente adatto a precisi casi in cui si assume che la causa comune non produca i suoi effetti indipendentemente uno dall'altro. Tuttavia, appare esserci una più

[26]N. Cartwright, "How To Tell a Common Cause: Generalizations of the Conjunctive Fork Criterion", in J.H. Fetzer (cur.), *Probability and Causality*, Reidel, 1987, p. 184.

importante differenza tra il modello di Salmon e quello di Cartwright. Una particolare condizione causale, nota con il nome di "Contiguità", appare essere una condizione necessaria sia per il modello causale di Reichenbach, sia per quello di Salmon: non esiste propagazione causale senza contiguità. Al contrario, secondo il modello di *general forks* la condizione di contiguità non sarebbe una condizione indispensabile per la propagazione causale.

A mio avviso, sarebbe proprio questo a differenziare maggiormente il modello causale introdotto da Cartwright da quello introdotto da Salmon.

In *Causality and Realism in the EPR Experiment*, Nancy Cartwright a Hasok Chang descrivono in questo modo la Condizione di Contiguità:

> The Contiguity Condition: every cause and its effect must be connected by a causal process that is continuous in space and time.[27].

Inoltre, questa condizione appare essere strettamente legata alla già descritta *Causal Markov Condition*:

> The Markov Condition: the stages of causal processes must have no memory, so that complete information on temporally intermediate stages make earlier stages causally irrelevant.[28]

Queste due condizioni hanno un ben preciso significato: se l'evento $C$ al tempo $t_0$ è causa dell'evento $E$ al tempo $t_n$, allora per ogni $t$ tale che $t_0 < t < t_n$ ci sono degli eventi $E_i(t)$ che sono causalmente rilevanti per l'evento $E$. In sostanza, l'influenza dell'evento $C$ sull'evento $E$ è mediata da $E_i(t)$.

In termini statistici quanto appena detto è espresso nei seguenti termini:

$$P(E/E_i(t) \wedge C) = P(E/E_i(t)) \tag{5.6}$$

Per meglio mostrare il legame tra la *Contiguity Condition* e la *Causal Markov Condition*, vediamo quanto sostiene la stessa Nancy Cartwright nel suo *The Dappled World*:

> Imagine that a particular cause, $C$, operates at time $t$ to produce two effects, $X$ and $Y$, in correlation, effects that occur

[27]H. Chang, N. Cartwright, "Causality and Realism in the EPR Experiment", *Erkenntnis*, 38 (1993), p. 173.

[28]*Ibidem.*

> each at some later time and some distance away, where we have represented this on a DAG[29] with $C$ as the causal parent of $X$ and $Y$. We know there must be some *continuous causal process*[30] that connects $C$ with $X$ and one that connects $C$ with $Y$, and the state of those processes at any later time $t_2$ must contain all of the information from $C$ that is relevant at that time about $X$ and $Y$. Call these states $P_X$ and $P_Y$. We are then justified in drawing a more refined graph in which $P_X$ and $P_Y$ appear as the parents of $X$ and $Y$, and on this graph the independence condition will be satisfied for $X$ and for $Y$ (although not for $P_X$ and $P_Y$). Generalising this line of argument we conclude that any time a set of effects on an accurate graph does not satisfy the independence condition, it is possible to embed that graph into another accurate graph that does satisfy independence of that set of effects. [31]

Il primo grafo causale di cui si parla nella precedente citazione può essere rappresentato nel seguente modo:

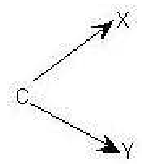


Figura 5.2.2a: Grafo aciclico orientato

Il secondo grafo causale di cui si parla nel passo qui si sopra riportato può essere rappresentato nel seguente modo:

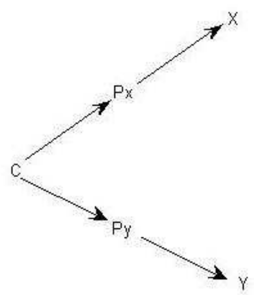


Figura 5.2.2b: Grafo aciclico orientato

[29] *Directed Acyclic Graph*, anche detti "grafi causali". Per maggior chiarezza si veda P. Spirtes, C. Glymour, R. Scheines (1993) e J. Pearl (2000).
[30] Il corsivo è mio.
[31] N. Cartwright, *The Dappled World: A Study of the Boundaries of Science*, Cambridge, Cambridge University Press.

Una seria violazione della *Contiguity Condition* renderebbe insignificante anche la condizione causale di Markov e quindi anche l'affine condizione di *screening-off*. Giunti a tal punto appare palese lo stretto legame tra condizione di contiguità e condizione di adombramento.

La violazione della condizione di *screening-off* si verifica, pertanto, tutte le volte che viene violata la Condizione di Contiguità.

Tuttavia, come precedentemente accennato secondo il modello di *general forks* la Condizione di Contiguità non appare essere una condizione indispensabile per la propagazione causale, e sarebbe proprio questo fatto a differenziare maggiormente il modello causale introdotto da Cartwright da quello introdotto da Salmon.

Sempre in *Causality and Realism in the EPR Experiment*, Chang e Cartwright sostengono:

> In paradigmatic causal phenomena treated by quantum mechanics, the Contiguity Condition is hard to maintain.[32]

A questa citazione si potrebbe anche aggiungere l'implicita affermazione secondo cui sarebbe difficile mantenere, in alcuni contesti quantistici, anche la condizione di *screening-off*, che noi sappiamo essere strettamente legata alla *Contiguity Condition*.

Ad ogni modo, questi sostengono anche che questi *paradigmatic causal phenomena* possono comunque avere una spiegazione causale e citano al riguardo proprio il caso delle correlazioni EPR:

> The violation of factorizability in EPR does not constitute a compelling reason to rule out common-cause stories.[33]

[32] H. Chang, N. Cartwright, "Causality and Realism in the EPR Experiment", *Erkenntnis*, 38 (1993), p. 178.

[33] *Ivi*, p. 181.

# Capitolo 6

# Una proposta di spiegazione causale locale per le correlazioni EPR

È stata riservata la trattazione della parte più originale di questo lavoro al presente capitolo.

In quest'ultimo capitolo si mostra la necessità di postulare che le ipotetiche cause comuni, proposte allo scopo di spiegare causalmente le correlazioni EPR, agiscano in maniera indeterministica se considerate alla stregua di un'unica *common-common cause* comune a tutte le possibili correlazioni quantistiche. Si mostra pertanto anche la necessità di utilizzare in questi casi un modello causale di *non screening-off*. Inoltre, assumendo contesti non deterministici, si mostra la necessità di utilizzare un siffatto modello causale anche per *common-common causes* e si propone l'utilizzo di un modello causale analogo per ipotetiche non-deterministiche *separate-common causes.*

L'utilizzo di un modello non reichenbachiano di causa comune prevede la possibilità di una non-derivazione della diseguaglianza di Bell e pertanto la possibilità di spiegare causalmente e localmente le correlazioni EPR. Il modello di *common cause* considerato più adatto a tali scopi è il modello di *general forks* di Nancy Cartwright[1]. Il presente lavoro rafforza, pertanto, l'ipotesi della stessa Cartwright, che in linea generale, ossia senza riferimento alla distinzione tra *separate-common*

[1] Per una dettagliata descrizione del modello si veda il precedente capitolo.

*causes* e *common-common causes*, aveva già ipotizzato l'applicabilità del modello di *general forks* alle correlazioni quantistiche[2].

I modelli causali di *non screening-off* sono applicabili solo a contesti indeterministici, pertanto si precisa che la soluzione causale e locale proposta all'interno del presente lavoro per le correlazioni EPR è una soluzione non-deterministica. Si prospetta dunque la possibilità di una spiegazione causale per le correlazioni quantistiche che non proponga un completamento deterministico della Teoria dei Quanti. La questione del Realismo viene nettamente distinta dalla questione riguardante la Causalità, in modo tale che l'interpretazione standard della Meccanica Quantistica non risulti essere incompatibile con un'interpretazione causale di quest'ultima.

La questione del Realismo e della Causalità sono affrontati separatamente in un lavoro che Patrick Suppes e Mario Zanotti hanno sviluppato insieme nel 1980, da cui traspare chiaramente la possibilità di abbandonare la condizione di *screening-off*.

## 6.1 Scambiabilità e *screening-off*

Esiste un importante lavoro di Patrick Suppes e Mario Zanotti, risalente al 1980, nel quale i due autori mettono in stretta relazione il Principio di Scambiabilità di Bruno de Finetti[3] con le cosiddette cause (o variabili) nascoste[4].

Il teorema di de Finetti, stando a Suppes[5], può essere formulato nel seguente modo:

> *Una sequenza infinita di variabili aleatorie è scambiabile se e solo se esiste una variabile aleatoria tale che, condizionatamente a questa variabile, le variabili della sequenza hanno distribuzioni condizionali identiche e sono statisticamente indipendenti.*

Ma cosa si intende per *scambiabile* e per *scambiabilità*?

---

[2]N. Cartwright, *Nature Capacities and Their Measurement*, Oxford, Oxford University Press, 1989.

[3]B. de Finetti, "La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives", *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 7 (1937), pp. 1-68.

[4]P. Suppes, M. Zanotti, "A New Proof of the Impossibility of Hidden Variables Using the Principles of Exchangeability and Identity of Conditional distributions", in P. Suppes (cur.), *Studies in the Foundations of Quantum Mechanics*, pp. 173-191. East Lansing, Philosophy of Science Association, 1980.

[5]P. Suppes, *La Logica del Probabile*, tr. it., Bologna, CLUEB, 1984 [1981], p. 127.

Una definizione intuitiva di scambiabilità può essere fornita seguendo Sandy Zabell[6]. Supponiamo di osservare una sequenza di eventi, $X_1, ..., X_n$, ciascuno appartenente ad una di diverse categorie $c_1, ..., c_t$ (ad esempio *testa* o *croce*). Possiamo immaginare che gli eventi siano le lettere di un alfabeto contenente $t$-tipologie di lettere. Un'assegnazione di probabilità su tali sequenze è detta scambiabile se per ogni sequenza di lettere di lunghezza $n$, avente lo stesso numero di lettere di ogni tipo, è assegnata la stessa probabilità. Per esempio se $n = 12$, allora data la validità della scambiabilità alle tre seguenti sequenze

$$AAAABBBBCCCC$$

$$ABCABCABCABC$$

$$ABCBACCBCAAB$$

è assegnata la stessa probabilità.

L'interpretazione che Suppes dà del teorema di de Finetti è la seguente:

> Per sequenze infinite di variabili aleatorie, la mia interpretazione del teorema di de Finetti consiste semplicemente nel considerare la scambiabilità equivalente alla possibilità di trovare un meccanismo causale che renda condizionalmente indipendenti le variabili aleatorie del fenomeno originario.[7]

In linea con i lavori di John Bell (1964, 1966), ciò che Suppes e Zanotti cercavano di mettere in risalto nel loro lavoro è l'impossibilità di un completamento locale a variabili nascoste nel campo della Meccanica Quantistica. I risultati dei due autori erano precisamente discussi in termini di sistemi a due particelle di spin 1/2, inizialmente in uno stato di singoletto, proprio come negli esperimenti di tipo EPR.

---

[6]S.L. Zabell, "De Finetti, Chance, Quantum Physics", in M.C. Galavotti (cur.), *Bruno de Finetti Radical Probabilist*, College Pubblications, London, 2009, pp. 59-83.

[7]P. Suppes, *La Logica del Probabile*, tr. it., Bologna, CLUEB, 1984 [1981], p. 127.

Lo scopo principale del lavoro qui discusso era quello di fornire una nuova dimostrazione sull'impossibilità delle teorie locali a variabili nascoste, dimostrazione basata su assunzioni più generali e più semplici di quelle utilizzate da Bell.

Vediamo l'enunciazione di un importante teorema che Suppes e Zanotti propongono per variabili aleatorie a due valori, teorema che può essere direttamente generalizzabile a variabili aleatorie limitate:

**Teorema**: Siano $X$ e $Y$ delle variabili aleatorie a due valori ( per esempio: $+1$ e $-1$) e con varianze positive, cioè $\sigma^2(X)$, $\sigma^2(Y) > 0$; supponiamo, inoltre, che $X$ e $Y$ siano scambiabili, cioè:

$$P(X = 1, Y = -1) = P(X = -1, Y = 1)$$

Allora, condizione necessaria e sufficiente perché esista una variabile nascosta $\Lambda$ tale che $E(XY/\Lambda = \lambda) = E(X/\Lambda = \lambda)E(Y/\Lambda = \lambda)$ e $E(X/\Lambda = \lambda) = E(Y/\Lambda = \lambda)$ per ogni valore $\lambda$ è che la correlazione fra $X$ e $Y$ sia non negativa[8].

Come si può facilmente constatare i sistemi quanto-meccanici che soddisfano l'ipotesi del teorema e che hanno correlazioni negative sono i sistemi di due particelle di spin 1/2 degli esperimenti di tipo EPR. Quando i due apparecchi di misurazione hanno il medesimo orientamento la correlazione tra i due sottosistemi è negativa. In tale contesto si osservano perfette anticorrelazioni, ossia correlazioni negative, ed è soddisfatta la scambiabilità:

$$(\sigma_z A = +1, \sigma_z B = -1) = (\sigma_z A = -1, \sigma_z B = +1)$$

Dal teorema appena enunciato segue allora che per siffatti sistemi quanto-meccanici non può esistere una teoria stretta della variabile nascosta, ossia una teoria che soddisfi le due seguenti condizioni:

1) Identità delle distribuzioni condizionali data una variabile nascosta per particelle che soddisfano la scambiabilità, ossia il principio di simmetria

2) Indipendenza statistica condizionale, data una variabile nascosta, delle particelle che soddisfano la scambiabilità, ossia la condizione di *screening-off*.

In formula:

$$EXCH \wedge PCORR \rightarrow \neg(SO \wedge PS) \tag{6.1}$$

[8] *Ivi*, p. 130.

Dove *EXCH* sta per *scambiabilità*, *PCORR* per *correlazioni negative*, ossia *correlazioni perfette*, *SO* per *screening-off*, *PS* per *principio di simmetria*.

Poiché Suppes e Zanotti individuano la *Località* con le due condizioni sopra enunciate, ne consegue che i fenomeni noti con il nome di correlazioni EPR non possono avere una spiegazione causale locale.

Tuttavia, come già precisato nel precedente capitolo esistono modelli di causa comune che non soddisfano la condizione di *screening-off*. Pertanto, una teoria causale locale a variabili nascoste non deve necessariamente soddisfare questa condizione e appare lecita una spiegazione causale locale per le correlazioni EPR che non contempli la condizione di adombramento.

Ad ogni modo, stando a quanto sottolineato nel precedente capitolo, questi processi devono essere processi genuinamente probabilistici, ossia le cause comuni devono agire indeterministicamente[9].

Gli stessi Suppes e Zanotti, in un lavoro risalente al 1976, discutevano alcuni semplici esempi di processi genuinamente stocastici che, pur non soddisfacendo la condizione di adombramento, sembravano ammettere un'analisi causale adeguata[10].

Pertanto ora assume notevole importanza il seguente quesito: "Per quanto concerne gli esperimenti di tipo EPR, siamo in contesti non-deterministici?"

Prima di rispondere a questo quesito, ritengo opportuno mostrare come non esista nessuna incompatibilità tra possibile interpretazione causale delle correlazioni quantistiche e indeterminismo.

## 6.2 Cause comuni indeterministiche e condizione di *screening-off*

Stando a quanto già mostrato dal Gruppo di Budapest e stando a quanto successivamente precisato dal lavoro di Suárez e San Pedro

[9] $\neg DCC \rightarrow (PCORR \wedge \neg SO)$.

[10] P. Suppes, M. Zanotti, "On the determinism of hidden variable theories with strict correlation and conditional statistical independence of observables", in P. Suppes (cur.), *Logic and Probability in Quantum Mechanics*, Dordrecht, Reidel, 1976, pp. 445-455.

García[11], non esisterebbe alcuna incompatibilità tra cause comuni indeterministiche e condizione di *screening-off*.

Quanto sostenuto dal Gruppo Ungherese può essere riassunto riportando nuovamente la formula (3.19), cioè quanto già dimostrato da Suppes e Zanotti[12], seguendo ancora una volta la notazione già in uso in San Pedro García e Suárez[13]:

$$(PCORR \wedge SO) \rightarrow DCC$$

Dove *PCORR* sta per *perfect correlation*, *SO* per *screening-off* e *DCC* per *deterministic common causes*.

Ora possiamo mostrare come non esista nessuna incompatibilità tra causalità alla Reichenbach e indeterminismo. Anche in una teoria fondamentalmente indeterministica, come sarebbe appunto la Meccanica Quantistica secondo l'interpretazione di Copenhagen, è possibile salvare il principio reichenbachiano di causalità.

Ricordiamo, infatti, che in contesti non-deterministi la seguente espressione:

$$(SO \wedge PCORR) \rightarrow DCC \tag{6.2}$$

Può essere riscritta come segue :

$$\neg DCC \rightarrow \neg(PCORR \wedge SO) \tag{6.3}$$

Che è equivalente a :

$$\neg DCC \rightarrow (PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge SO) \tag{6.4}$$

[11] I. San Pedro García, M. Suárez, "The Principle of Common Causes and Indeterminism: A Review", *LSE Contingency and Dissent in Science Technical Report 07/08*, Ottobre 2008.

[12] P. Suppes, M. Zanotti, "On the Determinism of Hidden Variable Theories with Strict Correlation and Conditional Statistical Independence of Observables", in P. Suppes (cur.), *Logic and Probability in Quantum Mechanics*, Dordrecht, Reidel, 1976, pp. 445–455.

[13] I. San Pedro García, M. Suárez, "The Principle of Common Cause and Indeterminism: A Review", LSE Contingenty and Dissent in Science Technical Report 07/08, October 2008

In accordo con questa espressione, sembra certamente possibile una spiegazione causale in termini di Reichenbachian *common causes*[14] per *non-prefect correlations*[15].

Inoltre, come già mostrato nella sezione (4.2) del presente lavoro, i risultati del Gruppo di Budapest hanno mostrato la possibilità di estendere, per *separate-common cause*, la validità della condizione di *screening-off* anche per contesti non-deterministi e per quei casi in cui le correlazioni sono perfette, trasformando così la precedente espressione in:

$$\neg DSCC \rightarrow (PCORR \wedge \neg SO) \vee (PCORR \wedge SO) \vee (\neg PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge SO)$$

Dove $\neg DSCC$ sta per *non deterministic separate-common causes.*

Fin qui abbiamo mostrato che non esiste nessuna incompatibilità logica tra spiegazione causale in termini del modello di *conjunctive forks* di Reichenbach e indeterminismo, o meglio tra modello reichenbachiano e cause comuni individuali non deterministiche.

Tuttavia, sebbene non esista alcuna incompatibilità logica tra *non deterministic separate-common causes* di *non perfect correlations* e condizione di adombramento, il lavoro di Portmann e Wüthrich (2007) per *separate-common causes*, ha mostrato che, date *screening-off common causes* di *non-perfect correlations* e cause comuni indeterministiche, è impossibile fornire una spiegazione causale locale per le correlazioni EPR:

$(RSCC \wedge \neg PCORR \wedge \neg DCC) \rightarrow BI$ (Portmann e Wüthrich, 2007)

Dove $RSCC$ sta per *screening-off separate-common causes*, $\neg PCORR$ sta per *non perfect correlations*, $\neg DCC$ sta per *non deterministic common causes* e $BI$ sta per *Bell's type inequalities.*

Inoltre, ricordiamo che i risultati generali di Szabó (2000) riguardano sia i casi in cui le cause comuni individuali sono deterministiche che quelli in cui le cause comuni individuali non sono deterministiche. Pertanto per *indeterministic separate-common causes* di *perfect correlations* viene derivata la diseguaglianza di Bell, sebbene non esista alcuna incompatibilità logica tra *non deterministic common causes* di *perfect correlations* e *screening-off.*

Si ricorda, inoltre, che quanto valido in linea teorica per *non deterministic separate-common causes* non è valido per casi in cui le

[14]Dove con 'Reichenbachian' si intende la validità della condizione di *screening-off.*

[15]Dove per non *perfect correlazions* si intende la presenza di qualche parametro di deviazione dalle correlazioni perfette in quei casi in cui i due polarizzatori nei due lati del setting sperimentale siano orientati in direzioni parallele.

cause comuni siano trattate alla stregua di *non deterministic common-common causes* di *perfect correlations*. Infatti, sappiamo che per una siffatta tipologia di cause non è garantita la possibilità di un completamento in termini di *screening-off explanation*[16].

Per di più, sebbene non esista alcuna incompatibilità logica tra *non deterministic common-common causes* di *non perfect correlations* e condizione di adombramento, il lavoro di Clauser e Horne (1974) ha mostrato per questi casi l'impossibilità di fornire una spiegazione causale locale per le correlazioni quantistiche che si serva della condizione reichenbachiana di *screening-off*:

$$(RCCC \wedge \neg PCORR \wedge \neg DCC) \rightarrow BI \text{ (Clauser and Horne, 1974)}$$

Dove $RCCC$ sta per *screening-off common-common causes*, $\neg PCORR$ sta per *non perfect correlations*, $\neg DCC$ sta per *non deterministic common causes* e $BI$ sta per *Bell's type inequalities*.

Data la validità della condizione di *screening-off*, la diseguaglianza di Bell si deriva sia per *perfect* che per *non-perfect correlations* per contesti non deterministici.

Pertanto, secondo la seguente espressione (4.23):

$$\neg DCC \rightarrow (PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge SO)$$

in contesti genuinamente non-deterministici, sembra più naturale abbandonare la condizione di *screening-off*, sia per *perfect correlations* che per *non-perfect correlations* e utilizzare un modello non-reichenbachiano di causa comune per spiegare causalmente e localmente le correlazioni quantistiche.

Cosa accade, infatti, se abbandoniamo la condizione di *screening-off*, cioè la condizione che Jarrett ha definito *Completeness*, che è parte importante della *Strong Locality*, proponendo un *non-Reichenbachian model of common cause*? Deriviamo la diseguaglianza di Bell per tali casi? Ovviamente no, poiché la condizione di *screening-off* è condizione necessaria per tutti i tipi di diseguaglianze di Bell finora derivati.

Una siffatta soluzione di *non-screening off* significherebbe che un modello di causa comune può essere trovato per le correlazioni EPR. Infatti, questo tipo di spiegazione ci permetterebbe di salvare il realismo causale o quantomeno di fornire una spiegazione locale per le correlazioni quantistiche, sebbene essa sia una spiegazione non-deterministica. Laddove con *locale* si intende che nessun evento o

[16]Si veda la tabella 4.2 del presente lavoro

processo che non sia nel passato degli eventi correlati presi in considerazione, e che non sia una causa comune di questi, possa avere rilevanza causale su questi ultimi.

Considerare la probabilità come una caratteristica del livello fondamentale di realtà non ci impedisce di proporre un modello causale locale per le correlazioni EPR.

## 6.3 Indeterminismo e *separate-common causes*

Stando a quanto sostenuto dall'interpretazione ortodossa della Teoria Quantistica la natura agirebbe in maniera irrimediabilmente indeterministica. Come già sottolineato più volte, l'esperimento originale di EPR è stato formulato con lo scopo di mostrare l'incompletezza della Meccanica Quantistica e, a partire da esso, ha avuto inizio una lunga serie di tentativi volti al completamento deterministico della teoria per mezzo di variabili nascoste. Successivamente l'attenzione della comunità scientifica si è spostata verso il tentativo di una spiegazione causale delle correlazioni quantistiche, attraverso una dettagliata analisi dell'esperimento di EPR, nella versione proposta da David Bohm. Il problema del completamento deterministico della Teoria è stato nettamente distinto dal problema della spiegazione in termini causali dei fenomeni quantici. Le variabili nascoste sono state introdotte, non più per completare deterministicamente la Teoria dei Quanti, ma per fornire una spiegazione causale delle correlazioni quantistiche, con il risultato che le variabili nascoste utilizzate hanno spesso perso il loro carattere deterministico. Riuscire a fornire una spiegazione causale delle correlazioni quantistiche è apparso essere lo scopo principale di molti recenti lavori, anche a costo di sacrificare il vecchio 'programma deterministico' e mostrare, pertanto, una non incompatibilità di fondo tra spiegazione causale e interpretazione ortodossa della Fisica Quantistica.

Nella sezione (4.2.1) del presente lavoro abbiamo parlato del modello di Szabó e di ciò che maggiormente lo caratterizza: l'utilizzo di *Reichenbachian separate-common causes*[17], piuttosto che di *Rei-*

[17]Dove con 'Reichenbachian' si intende la validità della condizione di adombramento.

*chenbachian common-common causes.* Szabó utilizza esattamente i seguenti tipi di causa comune:

$$C^{++}_{ab}$$

$$C^{++}_{ab'}$$

$$C^{++}_{a'b}$$

$$C^{++}_{a'b'}$$

Una causa comune per ogni correlazione:

$$L^+_a R^+_b$$

$$L^+_a R^+_{b'}$$

$$L^+_{a'} R^+_b$$

$$L^+_{a'} R^+_{b'}$$

Dove $L^+_a$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $a$ sul lato sinistro del setting sperimentale, $L^+_{a'}$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $a'$ sul lato sinistro del setting sperimentale, $R^+_b$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $b$ sul lato destro del setting sperimentale, $R^+_{b'}$ sta per esito di misurazione *spin-up* in direzione $b'$ sul lato destro del setting sperimentale. Si ricorda anche che $a'$ e $b$ sono due direzioni parallele tra loro e che dunque danno origine alle cosiddette *perfect correlations.*

La causa comune comune $C^{++}_{a'b}$ è deputata unicamente a spiegare il caso in cui i due esiti di misurazione siano perfettamente anticorrelati cioè quei casi che noi abbiamo definito *perfect correlations.* Si parla di correlazioni perfette poiché valgono le due seguenti espressioni:

$$p(R^+_b \wedge L'^+_a) = 0$$

e

$$p(R^-_b \wedge L'^+_a) = 1$$

Dove $R^-_b$ sta per esito di misurazione *spin-down* in direzione $b$ sul lato destro del setting sperimentale

Diversamente, le cause comuni $C_{ab}^{++}$, $C_{ab'}^{++}$ e $C_{a'b'}^{++}$ sono deputate a spiegare unicamente i casi in cui gli esiti di misurazione non sono perfettamente correlati, cioè quei casi che noi abbiamo definito *non-perfect correlations*. Si parla di correlazioni non-perfette poiché valgono le seguenti espressioni:

$$p(R_b^+ \wedge L_a^+) \neq 1$$

$$p(R_b'^+ \wedge L_a^+) \neq 1$$

$$p(R_b'^+ \wedge L_a'^+) \neq 1$$

Qui, in contrasto con la letteratura al riguardo, con *non-perfect correlation* non intendiamo discutere in alcun modo i seguenti casi:

$$p(R_b^+ \wedge L_a'^+) \neq 0$$

e

$$p(R_b^- \wedge L_a'^+) \neq 1$$

Ora, se stiamo assumendo che ciascuna delle ultime tre *separate-common causes* di *non perfect correlations* sopra indicate agisca indeterministicamente rimane ancora valido il fatto che ognuna di esse può essere una *screening-off common cause*, come si vede facilmente dall'espressione (4.23):

$$\neg DCC \rightarrow (PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge SO)$$

L'utilizzo obbligato di cause comuni non-deterministiche non ci vieta di postulare l'esistenza *screening-off common causes*.

Come precisato, Szabó postula altre *separate-common causes*. Si tratta di quelle cause che agirebbe quando i due magneti di Stern-Gerlach hanno direzioni parallele e quindi in casi di perfette correlazioni. Come visto nelle precedente sezione e nel precedente capitolo, in queste circostanze, anche se postuliamo cause comuni indeterministiche, possiamo sempre supporre l'esistenza di *Reichenbachian common causes*[18].

Per casi di correlazioni perfette e cause comuni indeterministiche vale pertanto la seguente e già citata espressione:

[18] Anche qui con la parola 'Reichenbachian' si vuole indicare la validità della condizione di adombramento.

$$\neg DSCC \rightarrow (PCORR \wedge \neg SO) \vee (PCORR \wedge SO) \vee (\neg PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge SO)$$

Dove $\neg DSCC$ sta per *non deterministic separate-common causes*.

Perciò in casi in cui si supponga che le cause comuni agiscano indeterministicamente, può comunque in linea di principio essere valida la condizione di *screening-off* anche per *perfect correlations* e non siamo costretti, pertanto, a rifiutare una spiegazione causale delle correlazioni EPR che si serva del modello reichenbachiano di causa comune.

Pertanto, se utilizziamo *separate-common causes* appare possibile in linea di principio fornire una spiegazione causale ragionevole delle correlazioni EPR che si basi sul modello di *conjunctive forks* di Reichenbach, sia per casi di correlazioni perfette che per casi non deterministici di *non-perfect correlations*.

Tuttavia, abbiamo già osservato che, data la validità della condizione di *screening-off*, ossia dato un modello reichenbachiano di causa comune, la diseguaglianza di Bell continua ad essere derivata per contesti non-deterministici (Szabó, 2000)(Portmann e Wüthrich, 2007).

Perché allora non prendere in seria considerazione la possibilità di utilizzare un modello causale di *non-screening-off* per spiegare causalmente e localmente le correlazioni EPR?

In questo modo si riuscirebbe a salvare il Realismo Causale, rendendo dispensabile la derivazione della diseguaglianza di Bell.

## 6.4 Indeterminismo e *common-common causes*

Sempre in linea con l'interpretazione ortodossa della Meccanica Quantistica, sono numerose le proposte di spiegazione causale delle correlazioni EPR che si servono di *common-common causes* non deterministiche. Infatti, si potrebbe pensare di inserire le operazioni di misurazione tra i fattori causali, in aggiunta a qualche fattore $C$ presente alla sorgente di ciascuna coppia di particelle. Proponiamo, pertanto, di considerare cause comuni costituite dall'unione di $C$ con le due operazioni di misurazione nei due lati del setting sperimentale. Così, se le possibili direzioni di misurazione sono $a$, $a'$, $b$ e $b'$, dove $a'$ e $b$ sono due direzioni parallele, le cause comuni possono essere catalogate nel seguente modo:

$$C \wedge L_a \wedge R_b$$

$$C \wedge L_a \wedge R_{b'}$$

$$C \wedge L_{a'} \wedge R_b$$

$$C \wedge L_{a'} \wedge R_{b'}$$

Come si può facilmente notare, queste cause comuni sono *common-common causes*:

$$C \wedge L_a \wedge R_b$$

è comune alle quattro correlazioni $(L_a^+ R_b^-)$, $(L_a^- R_b^+)$, $(L_a^+ R_b^+)$, $(L_a^- R_b^-)$;

$$C \wedge L_a \wedge R_{b'}$$

è comune alle quattro correlazioni $(L_a^+ R_{b'}^-)$, $(L_a^- R_{b'}^+)$, $(L_a^+ R_{b'}^+)$, $(L_a^- R_{b'}^-)$;

$$C \wedge L_{a'} \wedge R_b$$

è comune alle due correlazioni $(L_{a'}^+ R_b^-)$, $(L_{a'}^- R_b^+)$;

$$C \wedge L_{a'} \wedge R_{b'}$$

è comune alle quattro correlazioni $L_{a'}^+ R_{b'}^-$, $L_{a'}^- R_{b'}^+$, $L_{a'}^+ R_{b'}^+$, $L_{a'}^- R_{b'}^-$;

Siamo in presenza, pertanto, di *common-common causes* indeterministiche (per ipotesi) e di cause comuni che necessariamente non possono rispettare la condizione di *screening-off* se esse sono deputate a causare le cosiddette *perfect correlations*. Così la *common-common cause* delle due correlazioni perfette $L_{a'}^+ R_b^-$ e $L_{a'}^- R_b^+$[19] deve necessariamente essere una *non screening-off common-common cause*.

Infatti sappiamo che:

$$\neg DCC \rightarrow (PCORR \wedge \neg SO) \vee (\neg PCORR \wedge SO) \vee (\neg PCORR \wedge \neg SO)$$

[19]Si ricorda che $a'$ e $b$ rappresentano due direzioni parallele di misurazione e pertanto in tali casi si dà origine alle correlazioni perfette.

e anche che per *common-common causes* non è garantita la possibilità di avere un completamento in termini di *screening-off common cause*[20].

Pertanto, qualora si assuma l'indeterminismo, è preferibile che le *common-common causes* introdotte dalla Cartwright siano considerate alla stregua di cause comuni non adombranti.

## 6.5 Un'unica *common-common causes* per tutte le correlazioni

Finora ci siamo limitati semplicemente a supporre l'indeterminismo, in linea con quanto sostenuto dall'interpretazione ortodossa della Teoria. Tuttavia, la questione appare essere differente se andiamo alla ricerca non più di *separate-common causes* o diverse *common-common causes* ma di un'unica *common-common cause* per tutte le correlazioni tra tutte le diverse coppie di particelle coinvolte nell'esperimento di EPR.

Possiamo prendere, ad esempio, in considerazione l'ipotesi secondo cui un'unica causa comune $C$ agisca al livello dell'apparecchio deputato a produrre le diverse coppie di particelle coinvolte nell'esperimento di tipo EPR[21]. Siamo, pertanto, propensi ad ipotizzare che la causa comune in questione sia deputata a produrre tutte le possibili correlazioni tra tutte le diverse coppie di particelle coinvolte nell'esperimento di EPR. Non possiamo, infatti, escludere a priori il fatto che tutte le correlazioni tra coppie di particelle abbiano la stessa causa comune.

Poiché stiamo supponendo una causa comune a tutte le correlazioni, essa dovrebbe agire non solo sulle stimate correlazioni perfette, ma anche sulle *non-perfect correlations*[22].

Come già visto dal lavoro di Grasshoff, Portmann e Wüthrich, infatti, i tipi di correlazioni possibili possono essere catalogati nel modo seguente:

$$L_i^+ R_i^-$$

$$L_i^- R_i^+$$

[20] Si veda la tabella 4.2 del presente lavoro.

[21] Si precisa che per ogni coppia di particelle emesse è previsto l'utilizzo di una differente sorgente, tuttavia l'apparecchio utilizzato è sempre lo stesso.

[22] Si veda la precedente sezione per una definizione dettagliata di ciò che qua si intende con *perfect* e *non-perfect correlations*.

Questi tipi di correlazione contemplano solo casi di eventi *perfect correlated*.

E ancora abbiamo anche i seguenti tipi di correlazione:

$$L_i^+ R_j^+$$

$$L_i^- R_j^-$$

$$L_i^+ R_j^-$$

$$L_i^- R_j^+$$

Questi tipi di correlazione contemplano solo casi di eventi *non perfect correlated*. Si parla di correlazioni non-perfette poiché valgono le seguenti espressioni:

$$p(R_j^+/L_i^+) \neq 1$$

$$p(R_j^-/L_i^-) \neq 1$$

$$p(R_j^-/L_i^+) \neq 1$$

$$p(R_j^+/L_i^-) \neq 1$$

Al riguardo appare interessante riportare, ancora una volta, quanto detto dagli stessi Portmann e Wüthrich nel loro lavoro del 2007:

> In their derivation Grasshoff et al. (2005) exploit that the screening-off conditions entails that common causes of perfect correlations determine the effects. The slightest deviation from:
>
> $$p_{a=b}(+_a/-_b) = p_{a=b}(+_b/-_a) = 1$$
>
> leads to a breakdown of a that type of derivation.[23]

[23] S. Portmann, A. Wüthrich, "Minimal Assumption Derivation of a weak Clauser-Horne Inequality", *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, 38 (2007), p. 848.

Si precisa che la parola *determine* indica che ogni volta che la causa comune è presente, essa agisce sui suoi effetti il 100 % dei casi.

Quanto detto dai Grasshoff, Portmann e Wüthrich può, ancora una volta, essere riassunto come segue:

$$(PCORR \wedge SO) \rightarrow DCC$$

E stando sempre a quanto sostenuto dagli autori, una minima deviazione dalla prima parte dell'espressione appena citata comporta necessariamente l'assunzione di cause comuni non deterministiche.

L'esistenza di *non-perfect correlations* ci costringe a supporre un contesto in cui la nostra *common cause* agisce non deterministicamente:

$$(\neg PCORR \wedge SO) \rightarrow \neg DCC$$

$$(\neg PCORR \wedge \neg SO) \rightarrow \neg DCC$$

Data la presenza di correlazioni non perfette, siamo costretti a supporre che la nostra causa comune agisca non-deterministicamente, sia che si supponga che essa sia uno *screener-off*, sia che si supponga che essa non sia uno *screener-off*.

Ma poiché noi abbiamo solo una causa comune a tutte le correlazioni, la stessa conclusione dovrebbe essere valida anche per *perfect correlations*. In sostanza dobbiamo supporre che l'unica causa comune sia non-deterministica.

Inoltre, se seguiamo Nancy Cartwright (1987)[24], in casi di *non-deterministic common causes* è valida la seguente espressione:

$$\neg DCC \rightarrow (PCORR \wedge \neg SO) \tag{6.5}$$

Vediamo al riguardo anche la seguente citazione:

> What are the statistical relations between the cause's operation to produce any of others, or any combination of the others? It seems clear that any degree of association is possible, from total correlation [...] to total independence (which is what factorizability requires). Factorizability will obtain

[24] N. Cartwright, "How To Tell a Common Cause: Generalizations of the Conjunctive Fork Criterion", in J.H. Fetzer (cur.), *Probability and Causality*, Reidel, 1987, pp. 181–188.

> in all situations of deterministic causation; but in probabilistic causality, it picks out only one type of special, limiting cases.[25]

Ricordiamo che la *Reichenbach's common cause completability* dimostrata da Hofer-Szabó, Rédei e Szabó, per tutti i tipi di correlazione, è garantita solo per *separate-common causes*. Con la conclusione che, mentre uno spazio incompleto di probabilità può essere sempre *separate-common cause* completabile rispetto ad un insieme di correlazioni, questo non è vero in generale per *common-common causes*.

Pertanto, l'unica e ipotetica causa comune $C$ deve essere un indeterministico *non-screener off*, poiché esso rappresenta una singola *common cause* per tutte le correlazioni; cioè, $C$ dovrebbe necessariamente essere un'indeterministica *non-screening off common cause* sia per *perfect* che per *non-perfect correlations*.

Da ciò deriva la necessità di adottare un modello di *non screening-off model* per un'unica *common-common cause* comune a tutte le correlazioni.

## 6.6 Un modello di non *screening-off* per le correlazioni EPR

Da quanto sostenuto nelle precedenti sezioni, si evince la plausibilità di utilizzare modelli statistici di causa comune che non contemplino la condizione di adombramento come condizione essenziale, sia per *separate*, che per *common-common causes*. In sintesi, mi pare più plausibile prendere in seria considerazione la possibilità di un *non screening-off model* di causa comune per spiegare le correlazioni EPR e quindi una violazione di quella condizione che van Fraassen ha definito *Causality*, con conseguente non-derivazione della diseguaglianza di Bell. Si precisa che siffatti modelli causali di *non-screening-off* sono modelli causali *locali*, in quanto prevedono che nessun evento o processo al di fuori del passato degli eventi correlati possa essere causa delle correlazioni stesse.

E questo contrariamente a quanto Suppes aveva sostenuto in *Logique du Probable*:

[25] N. Cartwright, H. Chang, "Causality and Realism in the EPR experiment", *Erkenntnis*, 38, 2 (1993), p. 172.

> [...] Quando sacrifichiamo il principio dell'indipendenza statistica condizionale, ci dichiariamo soddisfatti di una teoria causale più debole, cioè non stretta. Nessuna teoria delle variabili nascoste che non soddisfi questo principio potrà mai sperare di darci tutta l'informazione che ci aspettiamo sui fenomeni in questione.[26]

Suppes arriva ad avere questa convinzione in quanto questi modelli non fattorizzabili si applicano solo a contesti non deterministici, ossia a contesti in cui la causa agisce indeterministicamente sui suoi effetti. Applicare un modello di non *screening-off* alle correlazioni EPR, significherebbe pertanto fallire nell'intento di completare deterministicamente la Meccanica Quantistica.

Le variabili nascoste, intese come cause comuni non adombranti, consentono sì una spiegazione causale locale, ma non una spiegazione deterministica e quindi realistica del mondo microscopico.

Questo porta Suppes a sostenere che:

> La negazione della causalità stocastica è tutta un'altra questione. É questa ad essere negata dalla meccanica quantistica e se essa è, come continuerà verosimilmente ad essere, empiricamente valida, allora un'altra intuizione fondamentale sull'universo sarà stata sconvolta. Un nuovo limite alla ricerca di meccanismi causali sarà diventato parte sulla nostra attrezzatura mentale di base.[27]

Credo che l'idea di Suppes sia profondamente legata alla convinzione che esista a livello ontico la probabilità, ma che, tuttavia, la causalità rimanga a livello fondamentale di realtà deterministica. Insomma, per Suppes esisterebbe a livello ontico la probabilità e non la causalità statistica e questo è il punto maggiormente in discussione nel presente lavoro.

Immaginare infatti una causalità di tipo probabilistico anche a livello fondamentale di realtà è proprio quello che ci consentirebbe di proporre una spiegazione causale locale per le correlazioni EPR, contemplando appunto un modello di causa comune alternativo a quello reichenbachiano, in cui lo *screening-off* appare essere una condizione fondamentale.

A mio avviso, gli unici due modelli non fattorizzabili candidati sono:

---

[26] P. Suppes, *La logica del Probabile*, tr. it., Bologna, CLUEB, 1984 [1981], p. 134.

[27] *Ibidem.*

- Il modello di *Interactive forks* di Wesley Salmon
- Il modello di *General forks* di Nancy Cartwright

### 6.6.1 Considerazioni sulle *interactive forks* di Salmon

Si potrebbe, a primo impatto, considerare il modello di causa comune di Salmon, come un modello causale locale di quanto accade negli esperimenti di tipo EPR, poiché esso non conserva l'indipendenza statistica prevista dalla condizione di *screening-off* delle *conjunctive forks* di Hans Reichenbach. Come visto, infatti, il modello di *interactive forks* prevede che la causa comune $C$ non separi statisticamente i due effetti $A$ e $B$ l'uno dall'altro; ciò costituisce una violazione della prima condizione valida invece per le forcelle congiuntive. La mancanza di indipendenza statistica pone il modello di Salmon tra i modelli non fattorizzabili di causa comune in grado di impedire la derivazione della diseguaglianza di Bell. Una simile soluzione sarebbe possibile se considerassimo *P1* e *P2*, nella sottostante e già precedentemente illustrata figura, come il propagarsi dei due elettroni coinvolti nell'esperimento EPR/Bohm, $C$ come l'evento di interazione alla sorgente, e $A$ e $B$ come i due elettroni dopo il loro interagire con la sorgente stessa:

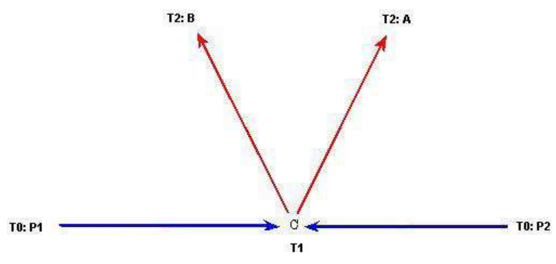


Figura 5.3: La forcella interattiva di Salmon

In tal caso si ammetterebbe la presenza di una causa comune $C$ per ogni coppia di particelle correlate, identificabile come l'evento di interazione alla sorgente.

Vediamo cosa dice Bas van Fraassen al riguardo in un articolo pubblicato nel 1985:

> The events at the source in those particle-pair experiments constitute an interactive fork, as does the initial interaction in the EPR thought experiment.[28]

Tuttavia, siamo sicuri che l'evento alla sorgente possa essere considerato una forcella interattiva, ossia il punto di interazione tra i due eventi correlati negli esperimenti di tipo EPR? Poiché le biforcazioni interattive caratterizzano interazioni fisiche dirette tra processi[29] e nessuna interazione fisica sembra essere presente negli esperimenti di tipo EPR per quanto concerne i due eventi coinvolti, ritengo che non sia opportuno considerare l'evento alla sorgente come una forcella interattiva. Negli esperimenti di tipo EPR/Bohm, infatti, nessuna delle due particelle esiste prima di essere generata dalla sorgente comune. Non c'è, dunque, alcuna interazione tra gli elettroni coinvolti, poiché questi non esistono prima di essere generati dalla sorgente.

In conclusione, ciò che lo stesso Salmon osserva è che è estremamente difficile dare una spiegazione in termini causali degli esperimenti di tipo EPR:

> It is possible to provide causal explanations of quantum mechanical phenomena? I do not know. Van Fraassen argues cogently, on the basis of Bell's inequality and relevant experimental, results that "there are well-attested phenomena which cannot be embedded in any common cause model" (1982a, p.35). It appears that causal explanations are possible only if the concept of causality itself is fundamentally revised.[30]

### 6.6.2 Considerazioni sulle *general forks* di Cartwright

Come abbiamo già avuto modo di precisare nel presente lavoro, il modello di *general forks* di Cartwright si applica quando si verificano contemporaneamente le due seguenti circostanze:

[28]B.C. van Fraassen, "Salmon on Explanation", *The Journal of Philosophy*, 82, 11 (1985), p. 647.

[29]Ricordiamo che rimane fondamentale la nozione di marchio, già introdotta da Hans Reichenbach.

[30]W.C. Salmon, *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press, 1984, p. 254.

1. La causa comune agisce indeterministicamente

2. I due effetti considerati non sono prodotti in maniera indipendente

Entrambe queste circostanze sono certamente presenti, come visto, se supponiamo che la causa comune sia un qualsiasi evento $C$ rintracciabile in qualche modo nell'apparecchio deputato alla produzione di tutte le coppie di particelle[31] e che essa, dunque, sia un'unica *common-common cause* comune a tutte le possibili correlazioni tra le varie coppie di particelle emesse. In tale circostanza, infatti, dobbiamo necessariamente affermare che la causa comune agisca indeterministicamente e anche che in suoi effetti, per ciascuna correlazione, non siano prodotti indipendentemente gli uni dagli altri (poiché le due particelle coinvolte sono prodotte entrambe dallo stesso apparecchio e sono, inoltre, sotto l'azione dello stato di singoletto). Se, pertanto, supponiamo che la causa comune sia un evento $C$ alla sorgente, allora il modello di *general forks* appare essere certamente il più adatto.

Un discorso analogo può essere fatto se assumiamo che le cause comuni agiscano indeterministicamente e se esse sono identificabili con le seguenti e già menzionate *common-common causes*:

$$C \wedge L_a \wedge R_b$$

$$C \wedge L_a \wedge R_{b'}$$

$$C \wedge L_{a'} \wedge R_b$$

$$C \wedge L_{a'} \wedge R_{b'}$$

Dove, assunto l'indeterminismo, la causa comune $C \wedge L_{a'} \wedge R_b$ deve necessariamente essere una *non screening-off common-common cause.*

Poiché una tale causa, oltre ad agire indeterministicamente, produrrebbe i suoi effetti in maniera non indipendente (a causa del fatto che ogni coppia di particelle è prodotta dalla stessa sorgente e a causa dell'influenza dello stato di singoletto), anche in questo caso il modello di Cartwright appare essere il più adatto.

Come già osservato, per quanto concerne indeterministiche ipotetiche *separate-common causes* il discorso appare essere differente. Non esiste, infatti, alcuna incompatibilità logica tra condizione di

[31]Si precisa che la sorgente effettiva è differente per ogni coppia di particelle, tuttavia viene utilizzato lo stesso apparecchio.

*screening-off*, *perfect correlations* e cause comuni indeterministiche individuali. Esistono, tuttavia, una lunga serie di teoremi di impossibilità che sembrano mettere in seria difficoltà l'ipotesi secondo cui i modelli causali di *screening-off* possano essere utilizzati per spiegare causalmente le correlazioni EPR. Abbiamo, pertanto, ipotizzato che anche per *separate-common causes* venisse utilizzato un modello causale differente da quello reichenbachiano.

Inoltre, se supponiamo che le varie $C_{ij}$ (*separate-common causes*) agiscano anche sotto l'influenza dello stato di singoletto, come pare ragionevole che sia, allora possiamo dire che i due eventi correlati, prodotti da queste causa comuni, non sono generati in maniera indipendente, candidando così il modello di *general forks* di Cartwright a modello causale più adatto per spiegare le correlazioni EPR.

Il modello causale proposto da Cartwright si propone pertanto come miglior candidato per spiegare causalmente le correlazioni quantistiche. Tuttavia, l'utilizzo di un siffatto modello implica tutta una serie di problematiche. Come abbiamo già osservato, infatti, il modello di *general forks* sostiene che la supposta causa comune possa agire anche in violazione della Condizione di Contiguità, e questo in particolare per quanto concerne i contesti quantistici e le correlazioni EPR.

Il modello di *general forks* prospetta una soluzione al problema della non-località, ma esso pone l'annoso problema della propagazione causale. Le cause comuni proposte dalla Cartwright operano attraverso un gap spazio-temporale, per l'esattezza esse non si propagano.

Per meglio comprendere questo punto, ritengo opportuno fare riferimento all'*at-at theory* sviluppata da Salmon. Secondo questa teoria la causa avrebbe luogo prima dell'effetto, ma l'influenza causale sarebbe presente ad ogni istante e punto spaziale precedente l'effetto. Ma vediamo al riguardo le parole dello stesso Salmon:

> According to the 'at-at' theory, to move from $A$ to $B$ is simply to occupy the intervening points at the intervening instants. It consists in being *at* particular point of space *at* corresponding moments. There is no *additional* question as to how the arrow *gets from* point $A$ to point $B$.[32]

E ancora:

> The 'at-at' theory of mark transmission provides, I believe, an acceptable basis for the mark method, which can in turn

[32] W. Salmon, *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*, Princeton, Princeton University Press, 1984, p. 153.

> serve as the means to distinguish causal processes from pseudo-processes. The world contains a great many types of causal processes - transmission of light waves, motion of material objects, transmission of sound waves, persistence of crystalline structure, and so forth.[33]

Il fatto che il modello di *general forks* permetta in alcuni contesti una violazione del principio salmoniano di propagazione causale ha permesso che la teoria di Cartwright venisse spesso criticata e definita una teoria causale non attendibile. Così, in un suo importante contributo comparso nel 2008 in *Nancy Cartwright's Philosophy of Science*, Iain Martel ha criticato la soluzione proposta dalla Cartwright per risolvere causalmente il paradosso di EPR[34]:

> We see, then, that the only way that Cartwright's causal model can give the right results is if we interpret the common cause as determining a joint operation on the spatially separated particles across a *temporal gap*[35], under the constraint of the device settings at the distant measurement sites. This involves nonlocality on a quite unacceptable level. Cartwright's common cause model cannot, therefore, be accepted.[36]

La violazione della *Contiguity Condition* appare qui in stretto legame con la violazione della Località. In realtà una violazione del principio della propagazione causale non inficia in alcun modo il mantenimento della validità della condizione di Località. Vediamo al riguardo quanto sostiene la stessa Cartwright in risposta a quanto affermato da Martel:

> Locality in this model means that nothing outside the backward light cone is relevant to the production of the effect, in particular neither the setting of the distant apparatus nor the distant outcome. Without the *joint common cause*[37] in the proper past of both outcomes, the outcomes will not be correlated.[38]

[33] *Ibidem.*

[34] Si veda in particolare: N. Cartwright, *Nature Capacities and their Measurement*, Oxford, Oxford University Press, 1989, capitolo 6 e appendice.

[35] Il corsivo è mio.

[36] I. Martel, "The Principle of the Common Cause, the Causal Markov Condition, and Quantum Mechanics", in S. Hartmann, C. Hoefer, L. Bovens (cur.), *Nancy Cartwright's Philosophy of Science*,London, Routledge, 2008, p. 256.

[37] Il corsivo è mio.

[38] N. Cartwright, "Reply to Iain Martel", in S. Hartmann, C. Hoefer, L. Bovens (cur.), *Nancy Cartwright's Philosophy of Science*, London, Routledge, 2008, p. 262.

La *joint common cause* proposta da Cartwright ci consente di evitare una qualunque azione causale simultanea diretta tra i due esiti di misurazione nei due lati del setting dell'esperimento di EPR. Pertanto il modello proposto da Cartwright appare certamente essere un modello causale locale.

Ma è veramente attendibile un modello causale secondo cui viene violata l'*at-at theory*? Vediamo ancora una volta le parole di Cartwright:

> Whether the stages of the causal process are discrete or continuous, the cause always passes out of the existence before the effect occurs.
>
> Wesley Salmon "at-at" theory of the causal process was designed to circumvent this difficulty (Salmon 1984). The cause (an interaction) will be gone before the effect (another interaction) occurs, but a causal influence appears at every instant in between. What happened in the end? A causal influence appears at a certain time and place and makes the effect appear simultaneously. But how? I believe that whether we are regularity theorists or power theorists, nature must have a formula: "$x$ at $t$ produces/has the power to produce/occurs with $y$ at $t$". But then why cannot the formula be "$x$ at $t$ - $\delta$ produces $y$ at $t$" or "$x$ at $t$ - $\delta$ and $z$ at $t$ - $\alpha\delta$ produce $y$ at $t$?". [....]. I don't see any important differences between a formula that connects events at different times from one that connects events at one and the same time.[39]

Quale sarebbe infatti la ragione per ritenere un modello causale che rinuncia alla *Contiguity Condition* alla stregua di un modello non attendibile?

Ritengo, inoltre, che un modello causale in cui l'interazione tra la causa e l'effetto avvenga attraverso un gap spazio-temporale sia per certi versi più vicina alla concezione humeana della causalità. Secondo Hume, infatti, la causa precederebbe sempre l'effetto, mentre stando alla *at-at theory* questa importante condizione andrebbe a perdere parte del suo significato. Come già accennato dalla Cartwright nel passo qui di sopra riportato, supponendo che il potere causale si propaghi attraverso tutti gli istanti e tutti i punti spaziali che precedono l'effetto, ad un certo stadio del processo dobbiamo supporre necessariamente una coincidenza temporale e spaziale tra l'influenza causale e l'effetto stesso, proprio come nella figura sottostante:

[39] *Ivi*, p. 263.


Figura 6.5.2: La propagazione causale nell'*at-at theory*

Chiaramente questo comporta una perdita di significato della distinzione humeana tra causa ed effetto, che propone questi ultimi come entità discernibili, e un perdita di significato anche della distinzione temporale tra causa ed effetto. Questo problema appare invece essere inesistente in una concezione causale analoga a quella proposta da Nancy Cartwright.

Inoltre, secondo Cartwright ci sarebbero buone ragioni per ritenere un modello causale che prevede un gap spazio-temporale particolarmente adatto ai contesti quantistici, all'interno dei quali sembra difficile poter ammettere processi continui:

> The interference phenomena, typified in the double-slit experiment, show how difficult it is to think of particles as moving on continuous trajectories, located in a particular region at any given time. Bohr's atomic model, in which electrons make mysterious "quantum leaps", pointed to the same problem.[40]

### 6.6.3 Il modello di *general forks* e le dipendenze statistiche non-causali

Come già detto nel secondo capitolo del presente lavoro, l'interpretazione ortodossa della Meccanica Quantistica, che vede i fenomeni quantici come processi discontinui, è stata largamente sottoposta a critica. Tuttavia, si ribadisce che lo scopo del presente lavoro non consiste in una critica della nota interpretazione di Copenhagen, quanto piuttosto nel mostrare che anche qualora questa interpretazione fosse quella "giusta" non saremmo certamente nella condizione di rigettare il Realismo Causale.

[40]H. Chang, N. Cartwright, "Causality and Realism in the EPR Experiment", *Erkenntnis*, 38 (1993), p. 178.

Tuttavia il modello causale di Cartwright non è, a mio avviso, completamente immune da critiche. Infatti: quali sono alcune caratteristiche che hanno le dipendenze probabilistiche che violano il Principio di *Common Cause* di Reichenbach?

Vediamo quanto sostenuto da Jon Williamson riguardo alle dipendenze probabilistiche:

> In fact probabilistic dependencies arise not only via causal connections, but also accidentally or because the variable are related through meaning, through logical connections, through mathematical connection, because they are related by non-causal physical laws, or because they are constrained by local laws or boundary conditions.[41]

E vediamo anche quali sono i casi in cui è violata la condizione reichenbachiana di adombramento:

> The Principle of the Common Cause and the Causal Markov Condition are widely acknowledged to fail to certain cases that crop up in quantum mechanics, but they also fail more generally whenever probabilistic dependencies are induced by non-causal relationships: where variables are semantically, logically or mathematically related, or they are related by *non-causal physical laws*[42] (as in quantum mechanics case) or boundary conditions.[43]

Nello specifico, sembra che Williamson si riferisca proprio a contesti sperimentali analoghi a quelli prospettati negli esperimenti di tipo EPR. Le legge fisica non-causale in questione negli esperimenti di tipo EPR sarebbe la legge di conservazione del momento e le due variabili in questione sarebbero i nostri due esiti di misurazione $L_i^a$ e $R_j^b$.

Pertanto, se poniamo che le nostre ipotetiche cause comuni, introdotte per spiegare causalmente le correlazioni quantistiche, siano date da quelle che Nancy Cartwright propone nel suo *Nature's Capacities and their Measurement*[44]:

[41] J. Williamson, *Bayesian Nets and Causality: Philosophical and Computational Foundations*, Oxford, Oxford University Press, 2005, p. 52.

[42] Il corsivo è mio.

[43] J. Williamson, "Causality", in D. Gabbay e F. Guenthner, *Handbook of Philosophical Logic*, Volume 13, Dordrecht, Kluwer, 2004, pp. 89-120.

[44] N. Cartwright, *Nature Capacities and their Measurement*, Oxford, Oxford University Press, 1989, capitolo 6 e appendice I.

$$\Psi \wedge L_i \wedge R_j$$

cioè se poniamo che esse siano identificate, in qualche misura, con leggi fisiche non causali, come lo stato di singoletto[45], allora appare ovvio che queste cause comuni non possono in alcun modo fungere da *screeners-off*. In quanto esse non sarebbero 'cause reali', quanto piuttosto 'cause apparenti'. Sarebbe più plausibile considerare *common-common causes* del seguente tipo:

$$C \wedge L_i \wedge R_j$$

Dove $C$ è la stessa causa comune presente alla sorgente di cui abbiamo parlato in precedenza.

In conclusione, si potrebbe sostenere che le cause comuni proposte da Nancy Cartwright violino la condizione di adombramento, non perché esse rispondono ad un modello causale più 'debole', ma piuttosto perché esse sono 'cause spurie'. Pertanto, se vogliamo cercare delle cause comuni genuine per le correlazioni quantistiche, queste non possono essere identificate, a mio parere, con lo stato di singoletto o con altre leggi fisiche non causali.

A mio avviso, il modello di Cartwright rimane, comunque, il modello causale più attendibile per spiegare causalmente le correlazioni EPR, in quanto applicabile in tutti i contesti non deterministici e in quei contesti in cui due eventi correlati tra loro non sono prodotti in maniera indipendente, a patto però che non si identifichino le ipotetiche cause comuni con leggi fisiche non causali.

[45]Originato a sua volta dalla legge di conservazione del momento.

# Conclusioni

Le numerose difficoltà nella possibilità di fornire una spiegazione causale per le correlazioni quantistiche hanno fatto spesso supporre che la natura non avesse a livello microscopico una struttura causale e persino che l'idea di 'causa' fosse un concetto totalmente antropologico, portando alla negazione del cosiddetto realismo metafisico causale. Queste difficoltà avrebbero inoltre avvalorato la tesi secondo cui la causalità sarebbe strettamente legata al concetto totalmente umano e macroscopico di 'azione', come sostenuto dalla cosiddetta *agency theory*[46]. Contrariamente, la possibilità di una spiegazione causale per le correlazioni quantistiche, ha in qualche misura smentito la teoria azionistica della causa dando nuova linfa vitale al realismo metafisico causale.

Il presente lavoro si è posto come principale obiettivo quello di avvalorare la tesi secondo cui sarebbe concepibile una spiegazione causale delle correlazioni EPR, rafforzando così anche l'ipotesi di realismo causale. Questo è stato reso possibile mostrando, attraverso i recentissimi lavori di Rédei, Hofer-Szabó e Szabó e attraverso i lavori di Cartwright, come non esista nessuna incompatibilità di fondo tra spiegazione causale e interpretazione ortodossa della Teoria Quantistica, ossia tra causalità e indeterminismo ontico.

Secondo l'interpretazione fornita dal gruppo di Copenhagen della Teoria Quantistica la natura agirebbe in maniera irrimediabilmente indeterministica. Come più volte osservato nel presente lavoro, l'esperimento originale di EPR è stato formulato con lo scopo di mostrare l'incompletezza della Meccanica Quantistica e, a partire dalla sua ideazione, ha avuto inizio una lunga serie di tentativi volti al completamento deterministico della Teoria per mezzo di variabili nascoste. Successivamente l'attenzione della comunità scientifica si è spostata verso il tentativo di una spiegazione causale delle correlazioni quantistiche, attraverso una dettagliata analisi dell'esperimento di EPR, nella versione proposta da David Bohm.

Pertanto, il problema del completamento deterministico della Teoria è stato nettamente distinto dal problema della spiegazione in termini causali dei fenomeni quantici. Le variabili nascoste sono sta-

[46]Per una definizione generale di *agency theory* si veda il primo capitolo del presente lavoro.

te introdotte, non più per completare deterministicamente la Teoria dei Quanti, ma per fornire una spiegazione causale delle correlazioni quantistiche, portando ad un'inevitabile perdita del carattere deterministico delle variabili nascoste stesse.

Riuscire a fornire una spiegazione causale delle correlazioni quantistiche è apparso essere lo scopo principale di molti recenti lavori, anche a costo di sacrificare il vecchio 'programma deterministico' e mostrare una non incompatibilità di fondo tra spiegazione causale e interpretazione ortodossa della Fisica dei Quanti.

Con il presente lavoro si spera di aver dato maggior vigore alle tesi secondo cui la natura sarebbe interpretabile causalmente,anche a livello microscopico, e aver in qualche modo rafforzato l'ipotesi di realismo causale. Come già prospettato da Nancy Cartwright, una soluzione causale locale per le correlazioni EPR può avvalersi dei modelli di causa comune non reichenbachiani. Infatti, questi modelli sembrano poter rendere dispensabile la nota diseguaglianza di Bell e fornire una spiegazione causale (locale) per le correlazioni quantistiche.

Appare lecito concludere il presente lavoro affermando che alla domanda "possiamo salvare l'assunto metafisico secondo cui l'infinitamente piccolo avrebbe una struttura causale?" può essere fornita una risposta positiva. Tuttavia, si rende necessario modificare in qualche misura il nostro concetto di causalità, e utilizzare appunto un concetto più debole di causa, in un continuo e proficuo interscambio tra Fisica e Metafisica, secondo una prospettiva anti-fondazionalista che pone l'a-posteriori come il fondamento per un nuovo a-priori.

# Bibliografia


Agazzi, E. (cur.) (1997) *Realism and Quantum Physics*. Rodopi.

Albert, D. (1992) *Quantum Mechanics and Experience*. Harvard University Press.

Antoci, S. (2002) *Quando la fisica parlava tedesco: alcune memorie di un'epoca*. Roma, Istituto Nazionale di Alta Matematica.

Aristotele, *Fisica*, a cura di L. Ruggiu (2008). Mimesis.

Bell, J.S. (1987) *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*. Cambridge University Press.

Bohm, D. (1951) *Quantum Theory*. Prentice Hall.

Boniolo, G. (1997) *Filosofia della Fisica*. Bruno Mondadori Editore.

Bub, J. (1997) *Interpreting the Quantum World*. Cambridge University Press.

Campaner, R. (2007) *La Causalità tra Filosofia e Scienza*. Archetipolibri.

Cartwright, N. (1989) *Nature's Capacities and their Measurement*. Oxford University Press.

Cartwright, N. (1999) *The Dappled World: A Study of the Boundaries of Science*. Cambridge University Press.

Cartwright, N. (2007) *Hunting Causes and Using Them: Approaches in Philosophy and Economics*. Cambridge University Press.

Clifton, R.K. (1996) *Perspectives on Quantum Reality: Non-Relativistic, Relativistic and Field-Theoretic*. Kluwer.

Cushing, J. (1994) *Quantum Mechanics: Historical Contingency and the Copenhagen Hegemony*. Chicago University Press.

Cushing, J., McMullin, E. (1989) *Philosophical Consequences of Quantum Theories: Reflection on Bell's Theorem.* University of Notre Dame Press.

D'Aquino, T., *Sententia super Physicorum*, tr. it. *Commento alla Fisica di Aristotele* (2004), vol. II. Edizioni Studio Domenicano.

D'Espagnat, B. (1971) (cur.) *Foundations of Quantum Mechanics, Proceedings of the International School of Physics "Enrico Fermi", Course XLIX*. Academic Press.

Davies, P.C.W., Brown, J.R. (1986) *The Ghost in the Atom: A Discussion of the Mysteries of Quantum Physics*, tr. it. a cura di N. Martellacci (1992), *Il Fantasma nell'Atomo. Enigmi e Problemi della Fisica Quantistica.*. Città Nuova Editrice.

De Finetti, B. (1931) *Probabilismo*. Perella.

De Finetti, B. (1970) *Teoria della Probabilità*. Einaudi.

Dickson, M. (1998) *Quantum Chance and Nonlocality: probability and non-locality in the interpretation of quantum mechanics*. Chicago University Press.

Dorato, M. (1995) *Time and Reality: Space-Time Phyics and the Objectivity of Temporal Becoming*. CLUEB.

Dowe, P. (2000) *Physical Causation*. Cambridge University Press.

Esfeld, M. (2001) *Holism in Philosophy of Mind and Philosophy of Physics*. Kluwer.

Everett, H. (1957) *On the foundations of quantum mechanics*. Ph.D. thesis, Princeton University Press.

Fano, F. (1996) *Fondamenti e Filosofia della Fisica*. Società Editrice "Il Ponte Vecchio".

Faye, J. (1981) *The Reality of the Future: an essay on time, causation and backward causation*. Odense University Press.

Fetzer, J.H. (cur.) (1988) *Probability and Causality*. Reidel.

Galavotti, M.C. (1984) *Spiegazioni Probabilistiche: un dibattito aperto*. CLUEB.

Galavotti, M.C., Suppes P., Costantini D. (cur.) (2001) *Stochastic Causality*. CSLI.

Galavotti, M.C. (cur.) (2009) *Bruno de Finetti Radical Probabilist*. College Pubblications.

Hartmann, S., Hoefer, C., Bovens, L. (cur.) (2008), *Nancy Cartwright's Philosophy of Science*. Routledge.

Healey, R. (1989) *The Philosophy of Quantum Mechanics*. Cambridge University Press.

Hesse, M.B. (1969) *Forces and Fields: The Concept of Action at a Distance in the History of Physics*. Thomas Nelson and Sons.

Huges, R.I.G. (1989) *The Structure and Interpretation of Quantum Mechanics*. Harvard University Press.

Hume, D. (1739-1740) *Treatise of Human Nature*, tr. it. (1971) in *Opere Filosofiche*, vol. I, *Trattato sulla Natura Umana*. Laterza.

Isham, C.J. (1995) *Lectures on Quantum Theory*. Imperial College Press.

Jammer, M. (1974) *The Philosophy of Quantum Mechanics: the interpretation of quantum mechanics in historical perspective*. John Wiley and Sons.

Kant, I. (1781) *Kritik der reinen Vernunft*, tr. it. a cura di P. Chiodi (1967), *Critica della Ragion Pura*. UTET.

Laudisa, F. (1998) *Le correlazioni pericolose: tra storia e filosofia della fisica contemporanea*. Il Poligrafo.

Laudisa, F. (1999) *Causalità. Storia di un modello di conoscenza*. Carocci.

Lewis, D.K. (1986) *On the Plurality of the Worlds*. Basil Blackwell.

Lewis, D.K. (1986) *Philosophical Papers*, Volume 2. Oxford University Press.

Martìnez, R. (1996) *Immagini del Dinamismo Fisico. Causa e Tempo nella Storia della Scienza*. Armando Editore.

Maudlin, T. (1994) *Quantum Non-Locality and Relativity*. Blackwell Publishing.

Mellor, D.H. (1981) *Real Time*. Cambridge University Press.

Mellor, D.H. (1995) *The Fact of Causation*. Routledge.

Neapolitan, R.E. (2003) *Learning Bayesian Networks*. Prentice Hall.

Newton, I. *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, tr. it. a cura di A. Pala (1977), *I Principi Matematici della Filosofia Naturale*. UTET.

Pearl, J. (2000) *Causality: models, reasoning and inference*. Cambridge University Press.

Penrose, R., Isham, C.J. (1986) *Quantum Concepts in Space and Time*. Clarendon Press.

Pesenti-Cambusano, O. (cur.) (1967) *Pierre Simon de Laplace: Opere*. UTET.

Price, H. (1996) *Time's arrow and Archimede's point*. Oxford University Press.

Rédei, M. (1998) *Quantum Logic in Algebraic Approach.* Kluwer.

Rédei, M., Stoeltzener, M. (cur.) (2001) *John von Neumann and the Foundations of Quantum Physics*. Kluwer.

Redhead, M.L.G. (1987) *Incompleteness, Nonlocality, and Realism*. Clarendon Press.

Reichenbach, H. (1956) *The Direction of Time*. University of California Press.

Reichenbach, H. (1958) *The Philosophy of Space and Time*, tr. it. a cura di A. Carugo (1977), *Filosofia dello Spazio e del Tempo*. Feltrinelli Editore.

Salmon, W.C. (1984) *Scientific Explanation and the Causal Structure of the World*. Princeton University Press.

Salmon, W.C. (1998) *Causality and Explanation.* Oxford University Press.

San Pedro García, I. (2008) *Reichenbach's Common Cause Principle and Quantum Correlations.* Ph.D. Thesis. University of the Basque Country/Computense de Madrid.

Selleri, F. (1987) *La causalità impossibile. L'interpretazione realistica della fisica dei quanti.* Jaka Book.

Simon, H. (1953) *Models of Man.* John Wiley and Sons.

Spirtes, P., Glymour, C., Scheines, R. (1993) *Causation, Prediction, and Search.* Springer-Verlag.

Suppes, P. (1970) *A Probabilistic Theory of Causality.* North-Holland.

Suppes, P. (1981) *Logique du Probable*, tr. it. a cura di M.C. Galavotti (1984), *La Logica del Probabile.* CLUEB.

van Fraassen, B.C. (1980) *The Scientific Image*. Clarendon Press.

van Fraassen, B.C. (1991) *Quantum Mechanics: An Empirict View*. Oxford University Press.

von Neumann, J. (1932) *Mathematische Grundlagen der Quantenmechanik*. Springer.

Wheeler, J.A., Zurek, W.H. (1983) *Quantum Theory and Measurement*. Princeton University Press.

Williamson, J. (2005) *Bayesian Nets and Causality: Philosophical and Computational Foundations*. Oxford University Press.

## Articoli

Aspect, A., Dalibard, J., Roger, G. (1982) "Experimental Test of Bell's Inequalities Using Time-Varying Analyzers". *Physical Review Letters*, **49**: 1804–1807.

Bell, J.S. (1964) "On the Einstein-Podolsky-Rosen Paradox". *Physics*, **1**: 195–200.

Bell, J.S. (1966) "On the Problem of Hidden Variables in Quantum Mechanics". *Review of Modern Physics*, **38**: 447–452.

Belnap, N., Szabó L.E. (1996) "Branching Space-Time Analysis of the GHZ Theorem". *Foundation of Physics*, **26**: 982–1002.

Cartwright, N. (1993) "Causality and realism in the EPR experiment". *Erkenntnis*, **38**: 269–290.

Cartwright, N. (2001) "What is wrong with Bayes nets?". *The Monist*, **84, 2**: 242–264.

Cartwright, N. (2002) "Against Modularity, the Causal Markov Condition, and Any Link Between the Two: Comments on Hausman and Woodward". *British Journal for the Philosophy of Science*, **53**: 411–453.

Cartwright, N. (2006) "From Metaphysics to metod: Comment on manipularity and the causal Markov condition". *British Journal for the Philosophy of Science*, **57**: 197–218.

Cartwright, N., Suárez, M. (2000) "A Causal Model for EPR". *LSE CPNSS Discussion Paper*, 55/2000, December 2000.

Chang, H., Cartwright, N. (1993) "Causality and Realism in the EPR Experiment". *Erkenntnis*, **38**: 169–190.

Clauser, J.F., Horne, M.A. (1974) "Experimental Consequences of Objective Local Theories". *Physical Review D*, **10**: 526–535.

Clauser, J.F., Horne, M.A., Shimony, A., Holt R.A. (1969) "Proposed Experiment to Test Local Hidden-Variables Theories". *Physical Review Letters* , **23**: 880–884.

D'Espagnat, B. (1979) "The Quantum Theory and Reality". *Scientific American*,**241, 5**: 158–181.

de Finetti, B. (1937) "La prévision: ses lois logiques, ses sources subjectives". *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, **7**: 1–68.

Dorato, M. (1996) "Il problema del realismo tra meccanica quantistica e relatività speciale". *Epistemologica*, **XIX**: 133–176.

Dorato, M. (2000) "Becoming and the arrow of causation". *Philosophy of Science (Proceedings)*, **67**: S523–S534.

Dorato, M. (2006) "Absolute becoming, relational becoming and the arrow of time: Some non conventional remarks on the relationship between physics and metaphysics". *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **37**: 559–576.

Dowe, P. (1992a) "Wesley Salmon's Process Theory of Causality and the Conserved Quantum Theory". *Philosophy of Science*, **59**: 195–216.

Dowe, P. (1992b) "Process Causality and Asymmetry". *Erkenntnis*, **37**: 179–196.

Dowe, P. (1996) "Backward Causation and the Direction of Causal Processes". *Mind*, **105**: 227–248.

Dummett, M. (1964) "Bringing About the Past". *Philosophical Review*, **73**: 338–359.

Earman, J. (1976) "Causation: A Matter of Life and Death". *Journal of Philosophy*, **73**: 2–25.

Einstein, A., Podolsky, B., Rosen, N. (1935) "Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?". *Physical Review*, **47**: 777–780.

Esfeld, M. (2004) "Quantum entanglement and a metaphysics of relations". *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **35B**: 601–617.

Freedman, S.J., Clauser, J.F. (1972) "Experimental Test of Local Hidden-Variable". *Physical Review Letters* , **28**: 938–941.

French, S., Redhead M. (1988) "Quantum physics and the identity of the indiscernibles". *British Journal for the Philosophy of Science*, **39**: 233–246.

Gisin, N., Thew, R. (2007) "Quantum Communication". *Nature Photonics*, **1**: 165–171.

Giuntini, R. (1987) "Alle origini del problema delle variabili nascoste in meccanica quantistica". *Rivista di Filosofia*, **78**: 89–109.

Giuntini, R., Mittelstaedt, P. (1989) "The Leibniz principle in quantum logic". *International Journal of Theoretical Physics*, **28**: 159–168.

Granger, C. (1980) "Testing for Causality: A Personal Viewpoint". *Journal of Economic Dynamics and Control*, 2, **4**: 329–352.

Grasshoff, G., Portmann, S., Wüthrich, A. (2005) "Minimal Assumption Derivation of a Bell-type Inequality". *The British Journal for the Philosophy of Science*, **56**: 663–680.

Gyenis, B., Rédei, M. (2004) "When can statistical theories be causally closed? ". *Foundations of Physics*, **34**: 1285–1303.

Halpern, J., Pearl, J. (2005) "Causes and Explanations: A Structural-Model Approach". *British Journal for the Philosophy of Science*, **56**: 889–911.

Hausman D.,Woodward, J. (1999) "Independence, Invariance, and the Causal Markov Condition". *The British Journal for the Philosophy of Science*, **50**: 521–583.

Hausman D.,Woodward, J. (2004) "Independence, Invariance, and the Causal Markov Condition: A Restatement". *The British Journal for the Philosophy of Science*, **55**: 147–161.

Healey, R. (1992) "Chasing Quantum Causes: How Wild is the Goose". *Philosophical Topics*, **20**: 181–204.

Heisenberg, W.K. (1927) "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik". *Zeitschrift für Physik*, **43**: 1478–1504.

Hofer-Szabó, G. (2008) "Separate- versus *Common*-common-cause type derivations of the Bell inequalities". *Synthese*, **163**: 199–215.

Hofer-Szabó, G., Rédei, M. (2006) "Reichenbachian Common Cause Systems of arbitrary finite size exist". *Foundations of Physics Letters*, **35**: 745–746.

Hofer-Szabó, G., Rédei, M., Szabó, L.E. (1999) "On Reichenbach's Common Cause Principle and Reichenbach's Notion of Common Cause". *The British Journal for the Philosophy of Science*, **50**: 377–399.

Hofer-Szabó, G., Rédei, M., Szabó, L.E. (2000a) "Common Cause Completability of Classical and Quantum Probability Spaces". *International Journal of Theoretical Physics*, **39**: 913–919.

Hofer-Szabó, G., Rédei, M., Szabó, L.E. (2000b) "Reichenbach's Common Cause Principle: Recent Results and Open Questions". *Reports on Philosophy*, **20**: 85–107.

Hofer-Szabó, G., Rédei, M., Szabó, L.E. (2002) "Common Causes are Not Common-common Causes". *Philosophy of Science*, **69**: 623–636.

Jarrett, J. (1984) "On the Physical Significance of the Locality Conditions in the Bell Arguments". *Noûs*, **18**: 569–589.

Laudisa, F. (1995a) "Einstein, l'argomento di EPR e le variabili nascoste: un problema da riconsiderare?". *Rivista di Filosofia*, **86**: 283–303.

Laudisa, F. (1995b) “Einstein, Bell and nonseparable realism”. *British Journal for the Philosophy of Science*, **46**: 309–329.

Laudisa, F. (1998) “I segreti del grande vecchio: Einstein e i fondamenti della meccanica quantistica”. *Physis*, **35**: 125–145.

Laudisa, F. (1999) “A note on nonlocality, causation and Lorentz invariance”. *Philosophy of Science (Proceedings*, **66**: S72–S81.

Laudisa, F. (2001) “The EPR argument in a relational interpretation of Quantum Mechanics”. *Foundations of Physics Letters*, **14**: 119–132.

Laudisa, F. (2002) “La causalità nella fisica del XX secolo: una prospettiva filosofica”. *Quaestio, Annuario di Storia della Metafisica*, **2**: 23–48.

Laudisa, F. (2008) “Non local realistic theories and the scope of the Bell theorem”. *Foundations of Physics*, **38**: 1110–1132.

Lewis, D. (1973) “Causation”. *Journal of Philosophy*, **70**: 556–567.

Menzies, P. (1989) “Probabilistic Causation and Causal Processes”. *Philosophy of Science*, **LVI**: 642–663.

Menzies, P., Price, H. (1993) “Causation as a Secondary Quality”. *British Journal for the Philosophy of Science*, **44**: 187–203.

Mermin, N.D. (1985) “Is the moon there when nobody looks? Reality and the quantum theory”. *Physics Today*, **April**: 38–47.

Mermin, N.D. (1993) “Hidden variables and the two theorems of John Bell”. *Review of Modern Physics*, **65**: 803–815.

Olmschenk, S., Matsukevich, D.N., Maunz, P., Hayes, D., Duan L.M., Monroe, C. (2009) “Quantum Teleportation Between Distant Matter Qubits”. *Science*, **323**: 486–489.

Portmann, S., Wüthrich, A. (2007) "Minimal Assumption Derivation of a weak Clauser-Horne Inequality". *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, **38**: 844–862.

Price, H. (1984) "The Philosophy of Physics of Affecting the Past". *Synthese*, **16**: 299–323.

Price, H. (1991) "Agency and Probabilistic Causality". *The British Journal for the Philosophy of Science*, **42**: 157–176.

Redhead, M., Teller, P. (1992) "Particle labels and the theory of indistinguishable particles in quantum mechanics". *British Journal for the Philosophy of Science*, **43**: 201–218.

Russell, B. (1913) "On the Notion of Cause". *Proceedings of the Aristotelian Society*, **13**: 1–26.

Salmon, W.C. (1980) "Probabilistic Causality". *Pacific Philosophical Quarterly*,**61**: 50–74.

San Pedro García, I., Suárez, M. (2008) "The Principle of Common Cause and Indeterminism: A Review". LSE Contingency and Dissent in Science Technical Report 07/08, October 2008.

Sober, E. (2001) "Venetian sea levels, British bread prices, and the principle of common cause". *The British Journal for the Philosophy of Science*, **52**: 331–346.

Straumann, N. (2007) "The role of the exclusion principle for atoms to stars: A historical account". *International Review of Physics*, **1**: 184–196.

Suárez, M. (2000) "The many faces of non-locality: Dickson on the quantum correlations". *British Journal for the Philosophy of Science*, **51**: 882–892.

Suárez, M., San Pedro García, I. (2007) "EPR, Robustness and the Causal Markov Condition". *LSE Philosophy Papers*, PP/04/07, August 2007.

Szabó, L.E. (1995) "Is Quantum Mechanics Compatible with a Deterministic Universe? Two Interpretations of Quantum Probability". *Foundations of Physics Letters*, **8**: 421–440.

Szabó, L.E. (2000) "On Attempt to Resolve the EPR-Bell Paradox via Reichenbachian Concept of Common Cause". *Internation Journal of Theoretical Physics*, **39**: 911–926.

Szabó, L.E. (2007) "The Einstein-Podolsky-Rosen Argument and the Bell Inequalities". *Internet Encyclopedia of Philosophy*.

van Fraassen, B.C. (1982) "The Charybdis of Realism: Epistemological Implication of Bell's Inequality". *Synthese*, **52**: 25–38.

van Fraassen, B.C. (1985) "Salmon on Explanation". *The Journal of Philosophy*, **82**: 639–651.

### Scritti editi in volumi o in atti di convegni

Anscombe, G.E.M. (1993) "Causality and Determinism". In E. Sosa e M. Tooley (cur.), *Causation*, pp. 88–104. Oxford University Press.

Butterfield, J. (1989) "A Space-Time Approach to the Bell Inequality". In J. Cushing e E. McMullin (cur.), *Philosophical Consequences of Quantum Theory: Reflection on Bell's Theorem*, pp. 114–144. University of Notre Dame Press.

Campaner, R., Galavotti, M.C. (2007), "Plurality in Causality". In P. Machamer e G. Wolters (cur.), *Thinking About Causes*, pp. 178-199. University of Pittsburgh Press.

Cartwright, N. (1987) "How To Tell a Common Cause: Generalizations of the Conjunctive Fork Criterion". In J.H. Fetzer (cur.), *Probability and Causality*, pp. 181–188. Reidel.

Cartwright, N. (1993) "Marks and Probabilities: Two Ways to Find Causal Structure". In F. Stadler (cur.), *Scientific Philosophy: Origins and Developments*, pp. 113–119. Yearbook 1/93, Institute Vienna Circle. Kluwer Academic Publishers.

Cartwright, N. (2000) "Measuring Causes: Invariance, Modularity and the Causal Markov Condition". In *Measurement in Physics and Economics*, Discussion Paper Series Monograph DP MEAS 9/00. London: Centre for Philosophy of Natural and Social Science.

Laudisa, F. (2002) "Non-locality and theories of causation". In J. Butterfield e T. Placek (cur.), *Non-Locality and Modality*, pp. 211-222. Kluwer Academic Publishers.

Laudisa, F. (2008) "Tempo e causalità". In S. Mancini (cur.), *Sguardi sulla Scienza del Giardino dei Pensieri*, pp. 69-103. Mimesis.

Lewis, D. (1980) "A Subjectivist's Guide to Objective Chance". In R.C. Jeffrey (cur.), *Studies in Inductive Logic and Probability*, vol. 2, pp. 263–293. University of California Press.

Lewis, D. (1986a) “Causation”. In *Philosophical Papers Vol. II*, pp. 159–172. Oxford University Press.

Lewis, D. (1986b) “Chancy Causation”. In *Philosophical Papers Vol. II*, pp. 175–184. Oxford University Press.

Neapolitan, R.E., Jiang X. (2006) “A Tutorial on Learning Causal Influences”. In D. Holmes e L. Jain (cur.), *Innovations in Machine Learning*, pp. 29–71. Springer-Verlag.

Putnam, H. (1965) “A Philosopher Looks at Quantum Mechanics”. In R.G. Colodny (cur.), *Beyond the Edge of Certainty: Essays in Contemporary Science and Philosophy*, pp. 75-101. Englewood Cliffs.

Rédei, M. (2002) “Reichenbach Common Cause Principle and Quantum Correlations”. In T. Placek e J. Butterfield (cur.), *Non-locality, Modality and Bell's Theorem*, pp. 259–70. Kluwer Academic Publishers.

Scheines, R. (1997) “An Introduction to Causal Inference”. In V. McKim e V. Turner (cur.), *Causality in Crisis?*, pp. 185–199. University of Notre Dame Press.

Suárez, M. (2007) “Causal Inference in Quantum Mechanics: A Reassessment”. In F. Russo e J. Williamson (cur.), *Causality and Probability in the Sciences*, pp. 65–106. London College.

Suárez, M. (2009) “Causal Inference in EPR'. In D. Greenberger, K. Hentschel e F. Weinert (cur.), *Compendium of Quantum Physics: Concepts, Experiments, History and Philosophy*, pp. 93–96. Springer.

Suppes, P., Zanotti, M. (1976) “On the Determinism of Hidden Variable Theories with Strict Correlation and Conditional Statistical Independence of Observables”. In P. Suppes (cur.), *Logic and Probability in Quantum Mechanics*, pp. 445–455. Reidel.

Suppes, P., Zanotti, M. (1980) “A New Proof of the Impossibility of Hidden Variables Using the Principles of Exchangeability and Identity of Conditional distributions”. In P. Suppes (cur.), *Studies in the Foundations of Quantum Mechanics*, pp. 173-191. Philosophy of Science Association.

Tian, J., Pearl, J. (2002) "A General Identification Condition for Causal Effects". In *Proceedings of the Eighteenth Conference on Artificial Intelligence* , August, pp. 567–573. AAAI/the MIT Press.

van Fraassen, B.C. (1982) "Rational Belief and the Common Cause Principle". In R. McLaughlin (cur.), *What? Where? When? Why? Essay in Honour of Wesley Salmon*, pp. 193–209. Reidel.

Williamson, J. (2004) "Causality". In D. Gabbay e F. Guenthner (cur.), *Handbook of Philosophical Logic*, vol. 13, pp. 89–120. Kluwer.