STUDI SASSARESI

Sezione III 1976 Volume XXIV

ANNALI DELLA FACOLTÀ DI AGRARIA DELL'UNIVERSITÀ DI SASSARI

ORGANO *UFFICIALE*
DELLA SOCIETÀ SASSARESE DI SCIENZE MEDICHE E NATURALI

GALLIZZI - SASSARI - 1977

St. Sass. III Agr.

Istituto di Idraulica Agraria dell'Università di Sassari

(Direttore: Prof. Ing. G. Torre)

Considerazioni sulle piogge giornaliere prevedibili a Sassari

Giovanni Rosa

Premessa

La previsione della massima altezza di precipitazione giornaliera è un dato che non solo interessa lo studioso di idrologia ma [1÷9], per le ripercussioni che esso ha in altri campi applicativi, coinvolge l'attenzione di ricercatori e tecnici di altre discipline i quali per la soluzione dei loro specifici problemi impostano su questo dato di base lo studio relativo alle proprie finalità di ricerca o di progetto.

L'importanza dell'argomento spiega l'interesse che da più parti si va dimostrando verso l'idrologia e sui metodi che vengono sempre più perfezionati al fine di giungere a risultati sempre più validi in considerazione delle crescenti finalità di utilizzazione.

I metodi statistici e probabilistici si sono dimostrati sinora i più adatti ai fini proposti [10] [11] [12] [13]; essi consistono essenzialmente nella valutazione della distribuzione statistica dei dati disponibili e nella ricerca di una legge di probabilità che si adatti il più possibile alle osservazioni effettuate e che consenta di calcolare, anche al di fuori della serie delle osservazioni, le altezze di precipitazioni aventi una probabilità prestabilita.

Scopo di questo lavoro è stato quello di saggiare l'adattamento di una legge probabilistica ai valori di precipitazione giornalieri registrati in un quarantennio alla stazione pluviometrica di Sassari ed inoltre di stabilire con quale probabilità altezze di precipitazione, superiori od uguali alla massima registrata, si possono presentare, con assegnati tempi di ritorno, un numero piccolo di volte

Se il numero d'ordine di un campione disposto in progressione crescente è indicato con i: i/N rappresenta la frequenza cumulata di non superamento relativa al campione in esame. Se gli stessi campioni fossero invece ordinati secondo una progressione decrescente, i/N indicherebbe la frequenza cumulata di superamento relativa sempre allo stesso campione.

Poichè la somma delle due frequenze, per uno stesso campione, non può superare il valore unitario, per determinare sia la frequenza cumulata di superamento sia quella di non superamento occorrerà dividere il numero generico i indicante il campione, per N + 1 anzichè per N, numero complessivo dei campioni in esame, affinchè la somma delle due frequenze sia uguale all'unità [16].

Pertanto, la frequenza cumulata relativa ad un generico campione di numero d'ordine i sarà indicata con:

$$F_i = \frac{i}{N + 1}$$

e rappresenta la frequenza cumulata di non superamento o quella di superamento a seconda che i campioni siano ordinati secondo una progressione crescente o decrescente.

Se il numero complessivo N tende all'infinito la frequenza cumulata tende alla probabilità.

La probabilità quindi altro non è che il limite della frequenza quando il numero dei campioni disponibili cresce indefinitamente.

Consideriamo una variabile aleatoria, continua, indicando in questo modo una variabile X che può assumere tutti i valori x_i compresi in un intervallo finito o infinito; definiremo con f (x) dx la probabilità che X sia compreso tra i valori x ed x + dx.

La probabilità che X sia compreso invece tra gli intervalli finiti x_1 e x_2 e data da:

$$P(x) = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\, dx$$

Se con F(x) indichiamo la frequenza cumulata di non superamento da quanto detto risulta:

$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx$$

Un'espressione di questo tipo è definita funzione di ripartizione delle probabilità di campioni X ordinati secondo una progressione crescente.

Tra le numerose leggi probabilistiche quella logaritmico-normale o del Galton [16] [18] è stata prescelta per verificarne l'adattabilità ai valori delle precipitazioni registrate alla stazione pluviometrica di Sassari.

La funzione di ripartizione che esprime tale legge è data da:

$$F(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u} e^{-u^2/2}\, du \tag{1}$$

in cui

$$u = a \lg h + b \tag{2}$$

mentre

$$a = \frac{1}{s(\lg h_c)} \quad ; \quad b = -\frac{\overline{\lg h_c}}{s(\lg h_c)} \tag{3}$$

ove con $\overline{\lg h_c}$ si è indicata la media dei logaritmi delle altezze di precipitazione e con $s(\lg h_c)$ lo scarto quadratico medio dei logaritmi delle stesse precipitazioni. Tenuti presenti i valori di a e di b la (2) diviene:

$$u = \frac{\lg h_c - \overline{\lg h_c}}{s(\lg h_c)} \tag{4}$$

L'introduzione della variabile u, detta variabile ridotta, che è a sua volta funzione lineare — tramite i parametri a e b — della variabile indipendente lg h, consente di rappresentare graficamente la funzione di ripartizione con una retta.

Tracciata la retta regolarizzatrice è necessario confrontare i valori teorici ottenuti con quelli effettivi, al fine di giudicare, dopo aver preventivamente fissato un livello α di significatività, la validità dell'aggiustamento fatto.

Questa verifica si può fare con il test del χ^2 unitamente a quello del segno [14] [17] [19].

Il test del χ^2 consiste nel verificare se il complesso delle divergenze tra frequenze empiriche f e frequenze teoriche f' è statisticamente accettabile a livello α di significatività per numero di gradi di libertà dipendente dal tipo di funzione statisticamente impiegata. Per il suo calcolo si utilizza la nota relazione:

$$\chi^2 = \Sigma \left\{ \frac{(f - f')^2}{f'} \right\} \tag{5}$$

Se il χ^2 così determinato è inferiore al χ^2 teorico tabulato si dirà che le differenze riscontrate non sono significative e che la funzione prescelta non è da rifiutarsi. Nel prendere questa decisione si ha la probabilità α di assumere una decisione sbagliata.

In idrologia α è in genere assunto uguale a 0,01 oppure 0,05; talvolta per α si considerano anche valori maggiori.

Per l'applicazione del test descritto si suddividono gli N campioni in classi di frequenza avendo l'accortezza che ogni classe contenga almeno cinque campioni e che il numero totale W delle classi sia inferiore ad N/5.

I gradi di libertà sono dati da W-1-q. Nel nostro caso q è uguale a 2 giacchè tanti sono i parametri necessari per la distribuzione studiata e cioè: media e varianza.

Per una corretta valutazione della funzione calcolata si affianca al test del χ^2 il test del segno il quale analizza il numero delle differenze positive e negative tra i valori numerici delle grandezze osservate e quelle teoriche.

In una condizione ottimale i segni delle differenze "δ" dovrebbero risultare per metà positivi e per metà negativi.

Si tratta quindi di stabilire con un livello di significatività α prefissato se rifiutare o meno la distribuzione reale dei segni conseguenti all'aggiustamento derivante dalla funzione di ripartizione calcolata.

A questo proposito conviene ricordare che $i+$ ed $i-$ seguono la legge di distribuzione binomiale con probabilità dei segni positivi o negativi $p = \frac{1}{2}$.

In N prove indipendenti la probabilità che venga estratto un numero positivo o negativo è data da:

$$b(x) = b\left(x, N, p = \frac{1}{2}\right) = \frac{N!}{x!\,(N-x)!}\left(\frac{1}{2}\right)^{N} \qquad (6)$$

Poichè il numero dei due diversi segni non risulterà uguale sarà pertanto necessario verificare se il numero minore di essi non è da rifiutarsi, al livello di significatività prescelto, confrontandolo con quello che si rileva dalla tabella calcolata dal Wine. Detto K tale valore e K_1 il numero dei segni positivi (o negativi) risultanti dal confronto tra le grandezze osservate e quelle teoriche, affinchè si abbia significatività dovrà aversi che [24]:

$$P\,[K_1 \leq K] \text{ e cioè}$$

$$\sum_{0}^{K_1} x\; b(x) < \frac{\alpha}{2}\;{}^{*} \qquad (7)$$

ove con P si è indicata la probabilità e con α il livello di significatività.

La funzione di ripartizione consente di determinare, fissato il tempo di ritorno ad esempio un secolo, quale sarà il valore della precipitazione giornaliera centenaria.

(*) $\frac{\alpha}{2}$ in quanto trattasi di un test definito ai due estremi.

Ottenuto in tale modo il valore che interessa si può vedere con quale probabilità precipitazioni uguali o maggiori alla centenaria si possono presentare un numero piccolo di volte (0, 1, 2, 3).

A tale fine si utilizza la distribuzione del Poisson in cui la probabilità cercata è data da [20] [22]:

$$p(x) = \frac{\lambda^x \; e^{-\lambda}}{x!} \quad (x = 0,1,2.....) \tag{8}$$

ove:

p (x) = probabilità che ha l'evento di presentarsi x = 0, 1, 2... volte.

e = base dei logaritmi neperiani.

λ = Np_1 in cui N è il numero complessivo dei dati e p_1 la frequenza cumulata di superamento.

È opportuno ricordare che se i dati sono posti in ordine crescente le *frequenze che si determinano mediante la funzione calcolata sono* quelle di non superamento p_2 per cui la frequenza di superamento p_1 è data da:

$$p_1 = 1 - p_2$$

Per stabilire N occorre poi tenere presente con quali dati è stata calcolata *la funzione di ripartizione. Supposto di riferire la ricerca ad un secolo,* N risulterà uguale a 100 se per il calcolo della funzione di ripartizione si è tenuto conto di un solo dato per ciascun anno; se invece si sono analizzati 365 valori giornalieri N sarà uguale a 36500; infine se i dati utilizzati sono in numero $T \neq Z$, numero di anni cui le T osservazioni si riferiscono, il valore di N è dato da:

$$N = \frac{100\,T}{Z} \tag{9}$$

Metodologia

Come accennato sono stati presi in considerazione dati giornalieri di precipitazione registrati alla stazione pluviometrica di Sassari nel quarantennio 1929-1968 [15].

Di tale periodo si sono però utilizzati solo i primi quaranta valori cioè i più alti registrati nel quarantennio.

L'indagine pur relativa ad un intervallo di quarant'anni ne ha in effetti interessato solo ventisei giacchè in alcuni anni ed esattamente nel 1931, 1943, 1944, 1945. 1948, 1950, 1952, 1954, 1958, 1960, 1961, 1964, 1965 e 1966 la massima precipitazione annuale non ha raggiunto valori tali da poterla inserire nella graduatoria dei primi quaranta dati.

Nella Tab. I sono riportati i valori h_e e $\lg h_e$ delle precipitazioni effettive ordinate in progressione crescente, gli anni in cui esse si sono verificate, nonchè i valori F_e delle loro frequenze cumulate di non superamento e dei relativi valori di u_e. In detta tabella figurano infine i $\lg h$ e i corrispondenti valori h delle altezze di precipitazione ottenute mediante la retta regolarizzatrice.

Nella parte inferiore della Tab. I sono riportati i calcoli per la determinazione della media e dello scarto quadratico medio e quelli relativi ai parametri a e b da introdurre nella relazione che dà il valore della variabile u che è risultata uguale a:

$$u = 9{,}81547 \lg h - 16{,}72517$$

Dalla precedente espressione si è ottenuta infine l'equazione della retta regolarizzatrice:

$$\lg h = 0.10188\, u + 1{,}70396$$

In fig. 1, su cartogramma probabilistico, sono riportati i valori delle precipitazioni effettive nonchè la retta regolarizzatrice dei dati elaborati.

Per verificare il grado di adattamento della funzione calcolata si è applicato il test del χ^2.

I 40 (N) campioni sono stati suddivisi in sei (W) classi in modo che il loro numero risultasse:

$$W < \frac{40}{5}$$

Tab. I - *Calcoli per la regolarizzazione e per il test del segno.*

N	Anno	h_e	F_e	lg h_e	u_e	lg h	h	Segno h_e - h
1	1930	37.2	0.0244	1.57054	−1.9700	1.50326	31.9	+
2	1938	37.6	0.0488	1.57519	−1.6546	1.53539	34.3	+
3	1963	39.2	0.0732	1.59329	−1.4538	1.55585	36.0	+
4	1940	40.0	0.0975	1.60206	−1.2930	1.57223	37.3	+
5	1946	40.0	0.1219	1.60206	−1.1650	1.58527	38.5	+
6	1968	40.0	0.1463	1.60206	−1.0537	1.59661	39.5	+
7	1933	40.1	0.1707	1.60314	−0.9502	1.60716	40.5	−
8	1953	41.2	0.1951	1.61490	−0.8596	1.61639	41.3	−
9	1934	42.0	0.2195	1.62325	−0.7756	1.62495	41.9	+
10	1946	42.0	0.2439	1.62325	−0.6935	1.63331	43.0	−
11	1953	42.8	0.2683	1.63144	−0.6189	1.64091	43.7	−
12	1967	43.2	0.2927	1.63548	−0.5446	1.64848	44.5	−
13	1939	44.0	0.3171	1.64345	−0.4761	1.65546	45.2	−
14	1942	45.0	0.3415	1.65321	−0.4097	1.66222	45.9	−
15	1947	45.0	0.3659	1.65321	−0.3425	1.66907	46.7	−
16	1949	45.0	0.3902	1.65321	−0.2793	1.67551	47.4	−
17	1936	46.0	0.4146	1.66276	−0.2147	1.68209	48.1	−
18	1956	46.2	0.4390	1.66464	−0.1535	1.68833	48.8	−
19	1935	47.2	0.4634	1.67394	−0.0929	1.69450	49.5	−
20	1953	47.2	0.4878	1.67394	−0.0301	1.70090	50.2	−
21	1953	48.0	0.5122	1.68124	0.0301	1.70702	50.9	−
22	1937	48.2	0.5366	1.68305	0.0929	1.71342	51.7	−
23	1942	48.8	0.5610	1.68842	0.1535	1.71959	52.4	−
24	1939	49.0	0.5834	1.69020	0.2147	1.72583	53.2	−
25	1941	49.0	0.6097	1.69020	0.2793	1.73241	54.0	−
26	1935	50.0	0.6341	1.69897	0.3425	1.73885	54.8	−
27	1962	53.6	0.6585	1.72916	0.4097	1.74570	55.7	−
28	1946	54.0	0.6829	1.73239	0.4761	7.75246	56.5	−
29	1959	56.0	0.7073	1.74819	0.5446	1.75944	57.5	−
30	1955	57.2	0.7317	1.75740	0.6189	1.76701	58.5	−
31	1959	57.6	0.7561	1.76042	0.6935	1.77461	59.5	−
32	1962	58.0	0.7805	1.76343	0.7756	1.78297	60.7	−
33	1932	59.2	0.8049	1.77232	0.8596	1.79153	61.9	−
34	1946	65.0	0.8293	1.81291	0.9502	1.80076	63.2	+
35	1953	67.2	0.8536	1.82737	1.0537	1.81131	64.8	+
36	1946	75.0	0.8780	1.87506	1.1650	1.82265	66.5	+
37	1935	78.2	0.9024	1.89321	1.2930	1.83569	68.5	+
38	1957	81.6	0.9268	1.91169	1.4538	1.85207	71.1	+
39	1951	85.8	0.9512	1.93349	1.6546	1.87253	64.6	+
40	1929	90.0	0.9756	1.95424	1.9700	1.90466	80.3	+

$$\overline{\lg h_e} = \frac{\Sigma \lg h_e}{N} = \frac{68{,}1584}{40} = 1{,}70396; \qquad \Sigma(\lg h_e - \overline{\lg h_e})^2 = 0{,}40504$$

$$s\,(\lg h_e) = \sqrt{\frac{0{,}40504}{39}} = 0{,}10188; \quad a = \frac{1}{0{,}10188} = 9.81547; \quad b = -\frac{1{,}70396}{0{,}10188} = -16{,}72517.$$

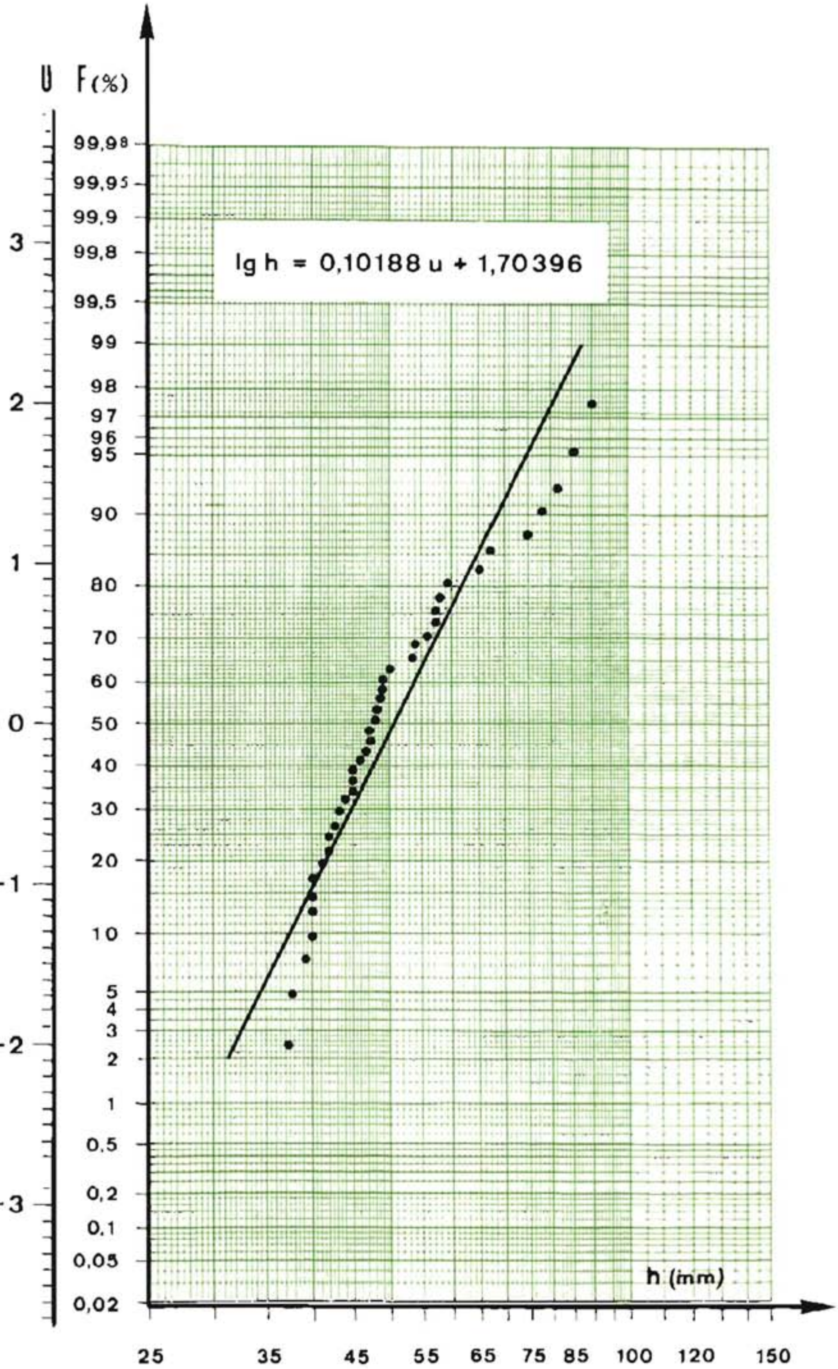

Fig. 1 - Frequenze cumulate e retta di probabilità cumulata delle altezze di precipitazione.

e nel contempo ciascuna di esse comprendesse un gruppo di almeno cinque campioni. Poichè la probabilità di ogni classe è data da:

$$p = \frac{1}{W} = 0{,}167$$

si ha che:

$$Np = 40 \times 0{,}167 = 6{,}68 > 5$$

Visti gli intervalli, si sono così stabilite per ogni classe le frequenze f dei campioni.

La determinazione delle frequenze teoriche f' è stata fatta mediante la relazione:

$$u = 9{,}81547 \lg h - 16{,}72517$$

Si riporta a titolo di esempio il calcolo di f' relativo alla 4ª classe avente per estremi i valori 48 e 54:

$$u = 9{,}81547 \lg 48 - 16{,}72517 = 0{,}223$$

$$u = 9{,}81547 \lg 54 - 16{,}72517 = 0{,}279$$

dalle tavole si sono ricavate le probabilità p' corrispondenti ai valori di u:

per $u = 0{,}223$ si ha: $p' = 0{,}412$

per $u = 0{,}279$ si ha: $p' = 0{,}610$

La probabilità relativa alla classe è data dalla differenza delle probabilità relative ai due campioni estremi e cioè:

$$0{,}610 - 0{,}412 = 0{,}198$$

La frequenza teorica f' della classe è data quindi da:

$$f' = Np' = 40 \times 0{,}198 = 7{,}92$$

Nella Tab. II sono riportate in sintesi tutte le operazioni eseguite per ciascuna classe nonchè il valore del χ^2 relativo all'intera distribuzione che è uguale a 5,080.

Tab. II - *Calcoli per il test del* χ^2.

Classi	Intervallo (mm)	Frequenza f	p	u	f'	(f - f')²	$\frac{(f - f')^2}{f'}$
1	<41	7	0.167	−0.97	7.36	0.130	0.018
2	41 ÷ 45	9	0.333	−0.43	5.00	16.000	3.200
3	45 ÷ 48	5	0.500	0.00	4.12	0.774	0.188
4	48 ÷ 54	7	0.667	+0.43	7.92	0.846	0.107
5	54 ÷ 65	6	0.833	+0.97	9.92	15.366	1.549
6	>65	6			5.68	0.102	0.018
		40			40.00		χ^2 = 5.080

Poichè il χ^2 teorico al livello $\alpha = 0,05$ di significatività per 3 gradi di libertà è uguale a 7,815, [22] e quindi maggiore di quello calcolato, si può concludere che la funzione studiata non è da rifiutarsi al livello di significatività dello 0,05.

Per l'applicazione del test del segno si sono esaminate le differenze positive e negative tra i valori regolarizzati e quelli effettivi.

Dalla fig. 1 e dalla Tab. I si nota che 14 differenze sono positive mentre le restanti 26 sono negative. Per la verifica della significatività in base ai principi teorici accennati è necessario che il numero inferiore dei segni (negativi o positivi), K_1, sia minore od uguale a K, numero massimo di confronto tabulato dal Wine, [21] [23] [24].

Nel nostro caso poichè $K_1 = 14$, mentre i corrispondenti valori di confronto per livelli di significatività rispettivamente di 0,05 e 0,10 sono risultati:

$$K = 13 \quad e \quad K = 14$$

si può concludere che il test del segno non è significativo al livello 0,05 mentre lo è al livello dello 0,10.

Tenuto conto del particolare tipo di ricerca e che il livello di significatività del 5% è adottato da altri ricercatori in lavori analoghi, [11] possiamo senz'altro accettare il test del segno concludendo che la funzione trovata non è da rifiutarsi.

Per stabilire quante volte in un secolo una pioggia uguale o maggiore a quella centenaria ha la probabilità di presentarsi un numero piccolo di volte, si sono calcolate le frequenze di superamento e quelle di non superamento relative alla precipitazione centenaria.

Poichè in un secolo:

$$N = \frac{100 \times 40}{26} = 153{,}85$$

la frequenza di superamento p_1 è data da:

$$p_1 = \frac{1}{153{,}85} = 0{,}00645$$

mentre quella di non superamento è:

$$p_2 = 1 - 0{,}00645 = 0{,}9935$$

per $p_2 = 0{,}9935$ dalle tabelle si ricava:

$$u = 2{,}484$$

che introdotta nell'equazione della retta regolarizzatrice:

$$\lg h = 0{,}10188\ u + 1{,}70390$$

da il valore della precipitazione centenaria:

$$h_{100} = 90{,}5$$

Applicando la (8) che è stata tabulata [20] [22] si è potuto infine stabilire con quali probabilità, precipitazioni comprese tra mm 85 e mm 105 giornalieri, possono presentarsi in un secolo un numero limitato di volte (Tab. III).

Tab. III - *Probabilità di arrivo in 100 anni di alcune precipitazioni giornaliere.*

h (mm)	$\lambda = Np_1$ arrot.	Probabilità d'arrivo $p(x) = \frac{\lambda^x \; e^{-\lambda}}{x}$			
		x=0 volte	x=1 volta	x=2 volte	x=3 volte
85	2.10	0.1230	0.2572	0.2690	0.1885
87	1.60	0.2019	0.3230	0.2584	0.1378
90	1.10	0.3345	0.3646	0.2004	0.0740
93	0.70	0.4966	0.3476	0.1217	0.0284
95	0.60	0.5438	0.3293	0.0988	0.0198
100	0.30	0.7408	0.2222	0.0333	0.0033
101	0.25	0.7797	0.1929	0.0248	0.0022
102	0.20	0.8187	0.1637	0.0164	0.0011
105	0.15	0.8617	0.1271	0.0104	0.0006

Conclusioni

Dall'esame dei risultati ottenuti si può concludere che la legge logaritmico-normale del Galton bene si adatta alla regolarizzazione delle piogge registrate in un quarantennio nella città di Sassari.

Significativa appare la ricerca sull'entità delle precipitazioni che hanno la probabilità di verificarsi in un secolo un numero piccolo di volte.

Dai dati riassunti in Tab. III si nota come le precipitazioni di mm 90, 93, 95, 100 hanno rispettivamente probabilità del 36%, 35%, 33%, e 22% di presentarsi una sola volta in un secolo, mentre la precipitazione di mm 90 ha la probabilità del 20% di presentarsi due volte. Infine, una pioggia di mm 87 ha la probabilità del 32% di presentarsi una sola volta e del 25%

di manifestarsi due volte in cento anni; a questo riguardo è bene considerare che i dati elaborati sono quelli che l'Ufficio Idrografico riporta sugli « Annali Idrologici » come precipitazioni avvenute durante un intero giorno ma poichè le precipitazioni stesse, dato il regime climatico della Sardegna e di Sassari in particolare, non hanno certamente interessato un arco completo di 24 ore ma un intervallo di tempo molto più ristretto, le deduzioni conclusive debbono tenerne debito conto, giacchè gli effetti dannosi delle piogge sono decisamente superiori se si considera che sovente esse si manifestano in uno spazio di tempo molto ristretto a volte limitato a pochissime ore.

RIASSUNTO

L'A. dopo aver premesso una serie di richiami statistici affronta la sua ricerca valutando l'adattamento della legge probabilistica logaritmico-normale del Galton alle piogge giornaliere verificatesi in un quarantennio nella città di Sassari.

La verifica della legge trovata è effettuata col test del χ^2 e quello del segno.

Il lavoro si conclude con l'applicazione della distribuzione del Poisson per la ricerca della probabilità che alcune precipitazioni di notevole intensità hanno di manifestarsi un numero piccolo di volte in un periodo di cento anni.

SUMMARY

After a long line of statistical recourses the author carries out his research valuing the adaptation of Galton probabilistic logarithmic-normal law to the every day rains occurred during about forty years in the town of Sassari.

The check of the discovered law is carried out by the test of χ^2 and the signe test.

The research ends with the application of Poisson distribution for the research of probability that some precipitations of considerable intensity have to reveal themselves seldom during a period of a hundred years.

RÉSUMÉ

L'auteur, après avoir posé une série de renvois statistiques affronte sa recherche évaluant l'adaptation de la loi probabilistique logarithmique-normale de Galton aux pluies journalières qui se sont vérifiées dans une quarantaine d'années dans la ville de Sassari.

La vérification de la loi trouvée est effectuée par le test de χ^2 et celui du signe.

Le travail se conclut avec l'application de la distribution de Poisson pour la recherche de la probabilité que quelques précipitations de considerable intensité ont de se manifester un petit nombre de fois dans une période de cent ans.

BIBLIOGRAFIA

[1] M. Boldrini — Statistica. Milano 1962.

[2] M. Boll — Tables numériques universelles. Paris 1964.

[3] F. Brambilla — Trattato di statistica. Torino 1968.

[4] K. A. Brownlee — Statistical theory and methodology in sciences and engineering. New York 1967.

[5] V. T. Chow — Handbook of applied hydrology. New York 1964.

[6] M. Giandotti — Previsione empirica delle piene in base alle precipitazioni meteoriche, alle caratteristiche fisiche e morfologiche dei bacini. *Memorie e studi idrografici. Pubblicazione n. 2 del Servizio Idrografico Italiano vol. X*, Roma 1940.

[7] L. Gherardelli — Piene dei corsi d'acqua italiani. *Pubbl. n. 20 del S.I.I.*, Roma 1939.

[8] A. Hald — Statistical theory with engineering application. New York 1965.

[9] A. Hald — Statistical tables and formulas. New York 1967.

[10] E. Lazzari — Esame probabilistico delle portate di piena di alcuni fiumi sardi. *Bollettino Tecnico del circolo culturale Ingegneri e Architetti Sardi*, n. 2, Cagliari 1958.

[11] E. Lazzari — Esame di alcune leggi probabilistiche usate per la previsione delle portate di piena. *Rivista l'Acqua*, n. 6, Roma 1966.

[12] E. Lazzari — Studio probabilistico delle piene con particolare riferimento ai corsi d'acqua della Sardegna. *Rivista « L'Energia elettrica »*, n. 4, Milano 1967.

[13] E. Lazzari — Prédétermination des crues par étude statistique. *Société Hydrotecnique de France - X° Jornées de l'ydraulique*, Paris 1968.

[14] F. Mills — Metodi statistici. Torino 1965.

[15] Ministero dei LL. PP. — Annali Idrologici - Parte I - *Servizio Idrografico di Cagliari* - Anni 1929-1968.

[16] M. Roche — Hydrologie de surface. Paris 1963.